

Concursul de admitere iulie 2026

I. Algebră. Pentru orice două matrice $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ definim funcția

$$f_{A,B} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_{A,B}(x) = \det(xA + B).$$

- (a) Dacă $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ arătați că $2A = B - B^2$ și că inecuația $f_{A,B}(x) \leq 49$ (cu necunoscuta $x \in \mathbb{R}$) are cel puțin o soluție.
- (b) Fie $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ două matrice arbitrare. Arătați că există numărul real m (ce depinde de matricele A și B) astfel încât

$$f_{A,B}(x) = \det(A)x^2 + mx + \det(B)$$

pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

- (c) Date matricele $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, arătați că dacă $f_{A,B}$ este surjectivă, atunci A nu este inversabilă. Formulați reciproca acestei afirmații și justificați dacă este adevărată.
- (d) Determinați toate matricele $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care mulțimea $\mathcal{M}_A = \{sI_2 + A \mid s \in \mathbb{R}\}$ este parte stabilă a lui $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ în raport cu înmulțirea matricelor. Demonstrați apoi că nu există o matrice A pentru care mulțimea $\mathcal{M}_A$ să fie grup cu operația de înmulțire a matricelor.

II. Analiză. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ considerăm funcția $f_n : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{x^n}{x+1}$. Fie

$$F : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}, F(n) = \int_0^1 f_n(x) dx.$$

- (a) Determinați asimptotele la graficele funcțiilor f_1 , respectiv f_2 .
- (b) Calculați $F(1)$ și $F(2)$.
- (c) Arătați că $\frac{1}{2(n+1)} \leq F(n) \leq \frac{1}{2n}$ și că $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx \leq \frac{1}{k}$ pentru orice n și k din $\mathbb{N}^*$.
- (d) Demonstrați că $0 \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \leq 1$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ și calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(1) + F(2) + \dots + F(n)}{\ln n}$.

III. Geometrie. În planul de coordonate xOy considerăm punctele $A(0, 2\sqrt{3})$, $B(-2, 0)$ și $C(2, 0)$. Pe segmentele deschise AB , BC și respectiv CA considerăm punctele P, Q și respectiv R astfel încât

$$\frac{AP}{AB} = \frac{BQ}{BC} = \frac{CR}{CA} = x.$$

- (a) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC , coordonatele centrului cercului circumscris acestui triunghi și lungimea razei acestui cerc.
- (b) Dacă $x = \frac{3}{4}$, determinați coordonatele punctelor P, Q și R și demonstrați că centrele de greutate ale triunghiurilor ABC și PQR coincid.
- (c) Dacă $x = \frac{2}{3}$, exprimați vectorii $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{QR}$ și $\overrightarrow{RP}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AC}$. Demonstrați că dreptele AB și PQ sunt perpendiculare.
- (d) Dacă $x \in (0, 1)$ este un număr oarecare, demonstrați că $4S(PQR) \geq S(ABC)$, unde $S(PQR)$ și $S(ABC)$ sunt ariile triunghiurilor PQR și ABC . Determinați valoarea lui x pentru care aria triunghiului PQR este minimă.

Admission Contest, July 2026

I. Algebra. For any two matrices $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, we define the function

$$f_{A,B} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_{A,B}(x) = \det(xA + B).$$

(a) If $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ show that $2A = B - B^2$ and that the inequality

$f_{A,B}(x) \leq 49$ (with the unknown $x \in \mathbb{R}$) has at least one solution.

(b) Let $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ be arbitrary matrices. Show that there exists the real number m (that depends on the matrices A and B) such that

$$f_{A,B}(x) = \det(A)x^2 + mx + \det(B)$$

for any $x \in \mathbb{R}$.

(c) Given the matrices $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, show that if $f_{A,B}$ is surjective, then A is not invertible. State the converse of this statement and justify whether it is true.

(d) Determine all the matrices $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ for which the set $\mathcal{M}_A = \{sI_2 + A \mid s \in \mathbb{R}\}$ is closed under matrix multiplication. Then prove that there is no matrix A for which the set $\mathcal{M}_A$ is a group under the operation of matrix multiplication.

II. Mathematical analysis. For any $n \in \mathbb{N}^*$ we consider the function $f_n : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \frac{x^n}{x+1}. \text{ Let } F : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}, F(n) = \int_0^1 f_n(x) dx.$$

(a) Determine the asymptotes to the graphs of the functions f_1 , respectively f_2 .

(b) Compute $F(1)$ and $F(2)$.

(c) Prove that $\frac{1}{2(n+1)} \leq F(n) \leq \frac{1}{2n}$ and that $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx \leq \frac{1}{k}$ for any n and k in $\mathbb{N}^*$.

(d) Prove that $0 \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \leq 1$ for any $n \in \mathbb{N}^*$ and compute $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(1) + F(2) + \dots + F(n)}{\ln n}$.

III. Geometry. In the xOy coordinate plane, we consider the points $A(0, 2\sqrt{3})$, $B(-2, 0)$ and $C(2, 0)$. On the open segments AB , BC and respectively CA we consider the points P, Q and respectively R such that

$$\frac{AP}{AB} = \frac{BQ}{BC} = \frac{CR}{CA} = x.$$

(a) Determine the measures of the angles of the triangle ABC , the coordinates of the center of the circumscribed circle of this triangle and the length of the radius of this circle.

(b) If $x = \frac{3}{4}$, determine the coordinates of the points P, Q and R and prove that the centroids of the triangles ABC and PQR coincide.

(c) If $x = \frac{2}{3}$, express the vectors $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{QR}$ and $\overrightarrow{RP}$ in terms of the vectors $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$. Prove that the lines AB and PQ are perpendicular.

(d) If $x \in (0, 1)$ is arbitrary, prove that $4S(PQR) \geq S(ABC)$, where $S(PQR)$ and $S(ABC)$ are the areas of the triangles PQR and ABC . Determine the value of x for which the area of the triangle PQR is minimized.

Informatică - varianta 4

În cele ce urmează $x \text{ div } y$ și $x \text{ mod } y$ reprezintă câtul, respectiv restul împărțirii numărului natural x la numărul natural nenul y .

1. Se consideră următorul algoritm descris în pseudocod, în care variabilele n , c și i sunt de tip întreg:

```

citește n
c ← 0
pentru i ← 1, n execută
    dacă n mod i = 0 atunci
        c ← c + 1
scrie c mod 2

```

Pentru câte numere întregi din intervalul $[1, 2026]$ algoritmul va afișa valoarea 1?

- A) 44 B) 46 C) 43 D) 45

2. Se consideră următoarea declarație, unde s este o variabilă de tip *segment*, care memorează în câmpurile sale p și q coordonatele carteziene ale celor două extremități ale sale (în câmpul x se memorează abscisa punctului, însemnând coordonata sa pe axa Ox, iar în y ordonata):

Limbajele C/C++	Limbajul Pascal
<pre> struct segment { struct { int x; int y; } p, q; } s; </pre>	<pre> type segment = record p, q: record x: integer; y: integer; end; end; var s: segment; </pre>

De asemenea, se consideră următoarele patru expresii:

Limbajele C/C++	Limbajul Pascal
E1 $((s.x.q - s.x.p) * (s.x.q - s.x.p)) == 1$	E1 $((s.x.q - s.x.p) * (s.x.q - s.x.p)) = 1$
E2 $((s.p.x - s.q.x) * (s.q.x - s.p.x)) == -1$	E2 $((s.p.x - s.q.x) * (s.q.x - s.p.x)) = -1$
E3 $((s.q.y - s.p.y) * (s.q.y - s.p.y)) == 1$	E3 $((s.q.y - s.p.y) * (s.q.y - s.p.y)) = 1$
E4 $((s.y.q - s.y.p) * (s.y.q - s.y.p)) == 1$	E4 $((s.y.q - s.y.p) * (s.y.q - s.y.p)) = 1$

Știind că în variabila s este memorat un segment paralel cu axa Ox , care dintre cele patru expresii este adevărată (are valoarea 1 în C/C++, respectiv **true** în Pascal) dacă și numai dacă acest segment are lungimea egală cu 1? Amintim că lungimea unui segment cu extremitățile $P(x_p, y_p)$ și $Q(x_q, y_q)$ este $\sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$.

- A) E2 B) E3 C) E4 D) E1

3. Care este numărul de muchii care trebuie eliminate dintr-un graf neorientat conex cu 26 de noduri, toate având gradul 20, astfel încât să se obțină un arbore?

- A) 495 B) 494 C) 234 D) 235

4. Considerăm tabloul unidimensional **a**, cu 8 elemente numere naturale sortate strict crescător, de forma **a** = [11, 14, 17, 23, **x**, 29, 45, 49], și tabloul unidimensional **b**, cu 7 elemente numere naturale sortate strict crescător, de forma **b** = [4, 8, 19, 21, **y**, **z**, 33]. Câte seturi de valori există pentru **x**, **y** și **z** astfel încât după aplicarea algoritmului de interclasare pentru tablourile **a** și **b**, să se obțină un tablou unidimensional de forma

$$[4, 8, 11, 14, 17, 19, 21, 23, x, y, z, 29, 33, 45, 49],$$

care, de asemenea, să fie sortat strict crescător?

- A) 60 B) 10 C) 7 D) 35

5. Se consideră următorii patru algoritmi (A1 - A4), descriși în pseudocod, în care variabilele **s**, **d**, **n** și **p** sunt de tip întreg:

Algoritmul A1

```

citește n
s ← 0
d ← 2
cât timp n ≠ 1 execută
    p ← 0
    dacă n mod d = 0 atunci
        p ← 1
        n ← n div d
    dacă p = 1 atunci
        s ← s + d
    d ← d + 1
scrie s

```

Algoritmul A2

```

citește n
s ← 0
d ← 2
cât timp n ≠ 1 execută
    p ← 0
    cât timp n mod d = 0 execută
        p ← p + 1
        n ← n div d
        s ← s + d
    d ← d + 1
scrie s

```

Algoritmul A3

```

citește n
s ← 0
d ← 2
cât timp n ≠ 1 execută
    p ← 0
    cât timp n mod d = 0 execută
        p ← p + 1
        n ← n div d
    dacă p ≠ 0 atunci
        s ← s + d
    d ← d + 1
scrie s

```

Algoritmul A4

```

citește n
s ← 0
d ← 2
p ← 0
cât timp n ≠ 0 execută
    cât timp n mod d = 0 execută
        p ← p + 1
        n ← n div d
    dacă p ≠ 0 atunci
        s ← s + d
    d ← d + 1
scrie s

```

Care dintre algoritmi dați afișează în mod corect suma tuturor divizorilor primi ai unui număr natural $n \geq 2$?

- A) A2 B) A3 C) A4 D) A1

6. Se consideră următoarea secvență scrisă în pseudocod, în care variabilele **i**, **j**, **s** și **n** sunt de tip întreg, **t** este un tablou bidimensional de numere naturale cu **n** linii și **n** coloane, având liniile și coloanele numerotate de la **1**, iar funcția **abs(x)** returnează valoarea absolută a numărului întreg **x**:

```

n ← 7
pentru i ← 1, n execută
    t[i, i] ← abs(n div 2 - i + 1)
    pentru j ← i + 1, n execută
        t[i, j] ← t[i, j - 1]
        t[j, i] ← t[i, j]
s ← 0
pentru i ← 1, n execută
    pentru j ← 1, n execută
        dacă i = 1 sau j = 1 sau i = n sau j = n atunci
            s ← s + t[i, j]
scrie s

```

Ce valoare va fi afișată după executarea secvenței de cod date?

- A) 42 B) 54 C) 67 D) 39
7. Fie **v** un tablou unidimensional, cu **n** elemente numere naturale, având pozițiile numerotate de la **1** la **n**. O poziție **k** din tabloul **v** ($1 \leq k \leq n$) se numește *balansată* dacă suma elementelor pare aflate înainte de poziția **k** este egală cu suma elementelor impare aflate după poziția **k** (dacă nu există elemente cu proprietatea dorită, atunci suma respectivă este **0**). Considerând faptul că dimensiunea **n** și elementele tabloului au fost citite, care este complexitatea timp a celui mai eficient algoritm care afișează pozițiile din tablou care sunt balansate?

- A) $\mathcal{O}(n^2)$ B) $\mathcal{O}(1)$ C) $\mathcal{O}(n \cdot \log_2 n)$ D) $\mathcal{O}(n)$
8. Se consideră următoarea expresie:

Limbașele C/C++	Limbașul Pascal
x % 20 * x % 26 / 2	x mod 20 * x mod 26 div 2

Care este valoarea maximă a expresiei dacă **x** este un număr natural nenul de o cifră?

- A) 81 B) 40 C) 0 D) 12
9. Folosind metoda backtracking, se generează toți vectorii de tați ai arborilor cu mulțimea nodurilor **{1, 2, 3, 4}** și rădăcina **1**, nodurile fiind considerate în ordinea **1, 2, 3, 4** în procesul de generare. Dacă primii patru vectori de tați generați sunt, în această ordine: **(0, 1, 1, 1)**, **(0, 1, 1, 2)**, **(0, 1, 1, 3)**, **(0, 1, 2, 1)**, care este a noua soluție generată?

- A) (0, 1, 4, 3) B) (0, 3, 1, 2) C) (0, 3, 1, 1) D) (0, 1, 3, 2)

10. Se consideră următoarea secvență în pseudocod, în care variabila **i** este de tip întreg, iar **v** este un tablou unidimensional cu **10** elemente distincte din mulțimea $\{1, 2, \dots, 10\}$, având pozițiile numerotate de la **1** (adică **v** este o permutare a mulțimii $\{1, 2, \dots, 10\}$):

```

pentru i ← 1 , 9 execută
    dacă v[i] > v[i + 1] atunci
        interschimbă v[i] și v[i + 1]

```

Fie **x** numărul de tablouri **v** cu proprietățile precizate în enunț pentru care, după executarea secvenței date, tabloul **v** este ordonat crescător. Care dintre următoarele afirmații este adevărată despre **x**?

- A) $x \in (16, 256]$ B) $x \in (256, 512]$ C) $x \in (512, 10!]$ D) $x \leq 16$
11. Fie **G** un graf orientat având **10** vârfuri etichetate cu cuvintele **parc**, **bariera**, **par**, **re**, **arca**, **parcare**, **banca**, **arc**, **ar** și **apar**, iar între două vârfuri distincte **x** și **y** există un arc de la vârful **x** la vârful **y** dacă eticheta lui **x** este *subcuvânt* al etichetei lui **y**, adică toate literele etichetei lui **x** apar în eticheta lui **y** în aceeași ordine și pe poziții consecutive. De exemplu, cuvântul **arc** este subcuvânt în cuvintele **arcuit**, **marcat** și **parc**, dar nu este subcuvânt în cuvântul **baraca**. De asemenea, considerăm următoarele afirmații:

- în graful **G** există cel puțin un vârf cu gradul interior nul și gradul exterior nenul;
- în graful **G** există cel puțin un vârf cu gradul exterior nul și gradul interior nenul;
- în graful **G** nu există niciun vârf izolat;
- în graful **G** există cel puțin un circuit;
- vârful etichetat cu cuvântul **arc** are gradul interior egal cu **1** și gradul exterior egal cu **3**.

Câte dintre aceste afirmații sunt adevărate?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1
12. Considerăm următoarea funcție recursivă:

Limbajele C/C++	Limbajul Pascal
<pre> int f(int x, int y) { if (x == 0) return 1; else if(x%10 != x/y) return 0; else return f(x%y/10, y/100); } </pre>	<pre> function f(x, y: longint): longint; begin if x = 0 then f := 1 else if x mod 10 <> x div y then f := 0 else f := f(x mod y div 10, y div 100); end; </pre>

Care este valoarea expresiei $f(20262026, 10000000) + f(2026202, 1000000) + f(716617, 100000) + f(6062606, 100000) + f(0, 10)$?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

13. Considerăm următoarea funcție recursivă (reprezentată în pseudocod), în care x este un număr întreg, iar funcția **randInt**(a, b) returnează un număr întreg aleatoriu din intervalul $[a, b]$:

```
funcție foo(x)
    dacă  $x \leq 1$  atunci
        | returnează x
    altfel
        | returnează  $x + \text{foo}(\text{randInt}(0, x \text{ div } 2))$ 
```

Pentru un număr întreg dat $N \geq 2$, care este intervalul de lungime minimă ce conține **garantat** toate valorile pe care le poate returna apelul **foo**(N)?

- A) $[N, 2N - 1]$ B) $[N, N \log_2 N]$ C) $\left[\frac{N}{2}, 2N\right]$ D) $\left[N + 3, \frac{3N}{2}\right]$

14. Se consideră următoarea secvență de program, în care variabilele **i**, **j** și **k** sunt de tip întreg, iar variabilele **s** și **t** permit memorarea câte unui șir format din cel mult **100** de caractere:

Limbașele C/C++	Limbașul Pascal
<pre>strcpy(s, "decada"); strcpy(t, ""); for(i = 0; i < strlen(s); i++) { k = s[i] - 'a'; for(j = 0; j < k; j++) strcat(t, s + i); }</pre>	<pre>s := 'decada'; t := ''; for i := 1 to length(s) do begin k := ord(s[i]) - ord('a'); for j := 0 to k-1 do t := t + copy(s, i, 100); end;</pre>

Care va fi lungimea șirului **t** după executarea secvenței date?

- A) 52 B) 55 C) 73 D) 40

15. Se consideră un panou electric de formă matriceală, de dimensiune 2×2 . În fiecare celulă a panoului se află un bec și un comutator. Orice bec se poate afla într-una din următoarele două stări: *stins* (stare codificată cu valoarea 0) sau *aprins* (stare codificată cu valoarea 1). La apăsarea unui comutator se schimbă starea tuturor becurilor vecine pe orizontală sau pe verticală, fără a se schimba starea becului din aceeași celulă cu comutatorul apăsător. De exemplu, apăsarea comutatorului din colțul stânga-sus transformă configurația $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ în configurația $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Știind că se pot efectua oricâte apăsări (inclusiv niciuna), în orice ordine, pentru câte configurații inițiale ale celor patru becuri se poate obține configurația în care toate becurile sunt stinse?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 6

Computer Science – Version 4

In what follows, $\mathbf{x} \text{ div } \mathbf{y}$ and $\mathbf{x} \text{ mod } \mathbf{y}$ denote the quotient and the remainder, respectively, when the natural number $\mathbf{x}$ is divided by the nonzero natural number $\mathbf{y}$.

1. Consider the following algorithm described in pseudocode, in which the variables $\mathbf{n}$, $\mathbf{c}$, and $\mathbf{i}$ are of integer type:

```

read n
c ← 0
for i ← 1, n do
    if n mod i = 0 then
        c ← c + 1
write c mod 2

```

For how many integers in the interval $[1, 2026]$ will the algorithm display the value **1**?

- A) 44 B) 46 C) 43 D) 45

2. Consider the following declaration, where $\mathbf{s}$ is a variable of type *segment*, which stores in its fields $\mathbf{p}$ and $\mathbf{q}$ the Cartesian coordinates of its two endpoints (the field $\mathbf{x}$ stores the x-coordinate of the point, meaning its coordinate on the x-axis, while $\mathbf{y}$ stores the y-coordinate):

C/C++ Languages	Pascal Language
<pre> struct segment { struct { int x; int y; } p, q; } s; </pre>	<pre> type segment = record p, q: record x: integer; y: integer; end; end; var s: segment; </pre>

The following four expressions are also considered:

C/C++ Languages	Pascal Language
<p>E1 $((s.x.q - s.x.p) * (s.x.q - s.x.p)) == 1$</p> <p>E2 $((s.p.x - s.q.x) * (s.q.x - s.p.x)) == -1$</p> <p>E3 $((s.q.y - s.p.y) * (s.q.y - s.p.y)) == 1$</p> <p>E4 $((s.y.q - s.y.p) * (s.y.q - s.y.p)) == 1$</p>	<p>E1 $((s.x.q - s.x.p) * (s.x.q - s.x.p)) = 1$</p> <p>E2 $((s.p.x - s.q.x) * (s.q.x - s.p.x)) = -1$</p> <p>E3 $((s.q.y - s.p.y) * (s.q.y - s.p.y)) = 1$</p> <p>E4 $((s.y.q - s.y.p) * (s.y.q - s.y.p)) = 1$</p>

Given that the variable $\mathbf{s}$ stores a segment parallel to the x-axis, which of the four expressions is true (evaluates to **1** in C/C++, and to **true** in Pascal) if and only if this segment has length **1**? Recall that the length of a segment with endpoints $\mathbf{P}(x_p, y_p)$ and $\mathbf{Q}(x_q, y_q)$ is $\sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$.

- A) E2 B) E3 C) E4 D) E1

3. How many edges must be removed from a connected undirected graph with **26** vertices, all of degree **20**, in order to obtain a tree?

- A) 495 B) 494 C) 234 D) 235

4. Consider the one-dimensional array **a**, with 8 natural number elements sorted in strictly increasing order, of the form **a** = [11, 14, 17, 23, **x**, 29, 45, 49], and the one-dimensional array **b**, with 7 natural number elements sorted in strictly increasing order, of the form **b** = [4, 8, 19, 21, **y**, **z**, 33]. How many sets of values are there for **x**, **y** and **z** such that, after applying the merge algorithm to the arrays **a** and **b**, a one-dimensional array of the form

[4, 8, 11, 14, 17, 19, 21, 23, **x**, **y**, **z**, 29, 33, 45, 49],

is obtained, which is also sorted in strictly increasing order?

- A) 60 B) 10 C) 7 D) 35

5. Consider the following four algorithms (A1–A4), described in pseudocode, in which the variables **s**, **d**, **n**, and **p** are of integer type:

Algorithm A1

```

read n
s ← 0
d ← 2
while n ≠ 1 do
    p ← 0
    if n mod d = 0 then
        p ← 1
        n ← n div d
    if p = 1 then
        s ← s + d
    d ← d + 1
write s

```

Algorithm A2

```

read n
s ← 0
d ← 2
while n ≠ 1 do
    p ← 0
    while n mod d = 0 do
        p ← p + 1
        n ← n div d
        s ← s + d
    d ← d + 1
write s

```

Algorithm A3

```

read n
s ← 0
d ← 2
while n ≠ 1 do
    p ← 0
    while n mod d = 0 do
        p ← p + 1
        n ← n div d
    if p ≠ 0 then
        s ← s + d
    d ← d + 1
write s

```

Algorithm A4

```

read n
s ← 0
d ← 2
p ← 0
while n ≠ 0 do
    while n mod d = 0 do
        p ← p + 1
        n ← n div d
    if p ≠ 0 then
        s ← s + d
    d ← d + 1
write s

```

Which of the given algorithms correctly displays the sum of all prime divisors of a natural number **n** ≥ 2?

- A) A2 B) A3 C) A4 D) A1

6. Consider the following sequence written in pseudocode, in which the variables **i**, **j**, **s**, and **n** are of integer type, **t** is a two-dimensional array of natural numbers with **n** rows and **n** columns, whose rows and columns are numbered starting from **1**, and the function **abs(x)** returns the absolute value of the integer **x**:

```

n ← 7
for i ← 1, n do
    t[i, i] ← abs(n div 2 - i + 1)
    for j ← i + 1, n do
        t[i, j] ← t[i, j - 1]
        t[j, i] ← t[i, j]
s ← 0
for i ← 1, n do
    for j ← 1, n do
        if i = 1 or j = 1 or i = n or j = n then
            s ← s + t[i, j]
write s

```

What value will be displayed after the given code sequence is executed?

- A) 42 B) 54 C) 67 D) 39
7. Let **v** be a one-dimensional array with **n** natural number elements, whose positions are numbered from **1** to **n**. A position **k** in the array **v** ($1 \leq k \leq n$) is called *balanced* if the sum of the even elements located before position **k** is equal to the sum of the odd elements located after position **k** (if no elements with the required property exist, the corresponding sum is considered to be **0**). Given that the size **n** and the elements of the array have already been read, what is the time complexity of the most efficient algorithm that displays the positions in the array that are balanced?
- A) $\mathcal{O}(n^2)$ B) $\mathcal{O}(1)$ C) $\mathcal{O}(n \cdot \log_2 n)$ D) $\mathcal{O}(n)$

8. Consider the following expression:

C/C++ Languages	Pascal Language
$x \% 20 * x \% 26 / 2$	$x \bmod 20 * x \bmod 26 \text{ div } 2$

What is the maximum value of the expression if **x** is a nonzero one-digit natural number?

- A) 81 B) 40 C) 0 D) 12
9. Using the backtracking method, all parent arrays of the trees with the node set **1, 2, 3, 4** and root **1** are generated, with the nodes considered in the order **1, 2, 3, 4** during the generation process. If the first four parent arrays generated are, in this order, (**0, 1, 1, 1**), (**0, 1, 1, 2**), (**0, 1, 1, 3**), (**0, 1, 2, 1**), what is the ninth solution generated?
- A) (0, 1, 4, 3) B) (0, 3, 1, 2) C) (0, 3, 1, 1) D) (0, 1, 3, 2)

10. Consider the following pseudocode sequence, in which the variable **i** is of integer type, while **v** is a one-dimensional array with **10** distinct elements from the set **1, 2, ..., 10**, whose positions are numbered starting from **1** (that is, **v** is a permutation of the set **1, 2, ..., 10**):

```

for i  $\leftarrow$  1 , 9 do
    if v[i] > v[i + 1] then
        swap v[i] and v[i + 1]

```

Let **x** be the number of arrays **v** having the properties specified in the statement for which, after executing the given sequence, the array **v** is sorted in increasing order. Which of the following statements about **x** is true?

- A) $x \in (16, 256]$ B) $x \in (256, 512]$ C) $x \in (512, 10!]$ D) $x \leq 16$
11. Let **G** be a directed graph with **10** vertices labeled with the words **parc**, **bariera**, **par**, **re**, **arca**, **parcare**, **banca**, **arc**, **ar**, and **apar**, and let there be an arc from vertex **x** to vertex **y**, for any two distinct vertices **x** and **y**, if the label of **x** is a *substring* of the label of **y**, that is, if all the letters of the label of **x** occur in the label of **y** in the same order and in consecutive positions. For example, the word **arc** is a substring of the words **arcuit**, **marcat**, and **parc**, but it is not a substring of the word **baraca**. We also consider the following statements:

- in the graph **G**, there is at least one vertex with in-degree equal to zero and nonzero out-degree;
- in the graph **G**, there is at least one vertex with out-degree equal to zero and nonzero in-degree;
- in the graph **G**, there are no isolated vertices;
- in the graph **G**, there is at least one directed cycle;
- the vertex labeled with the word **arc** has in-degree equal to **1** and out-degree equal to **3**.

How many of these statements are true?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1
12. Consider the following recursive function:

C/C++ Languages	Pascal Language
<pre> int f(int x, int y) { if (x == 0) return 1; else if(x%10 != x/y) return 0; else return f(x/y, y); } </pre>	<pre> function f(x, y: longint): longint; begin if x = 0 then f := 1; else if x mod 10 <> x div y then f := 0; else f := f(x div y, y); end; </pre>

What is the value of the expression **f**(20262026, 10000000) + **f**(2026202, 1000000) + **f**(716617, 100000) + **f**(6062606, 100000) + **f**(0,10)?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

13. Consider the following recursive function (represented in pseudocode), in which x is an integer, while the function **randInt**(a, b) returns a random integer from the interval $[a, b]$:

```
function foo(x)
    if  $x \leq 1$  then
        | return x
    else
        | return  $x + \text{foo}(\text{randInt}(0, x \text{ div } 2))$ 
```

For a given integer $N \geq 2$, what is the shortest interval that is **guaranteed** to contain all values that the call **foo**(N) may return?

- A) $[N, 2N - 1]$ B) $[N, N \log_2 N]$ C) $\left[\frac{N}{2}, 2N\right]$ D) $\left[N + 3, \frac{3N}{2}\right]$

14. Consider the following code sequence, in which the variables i, j , and k are of integer type, while the variables s and t can each store a string of at most **100** characters:

C/C++ Languages	Pascal Language
<pre>strcpy(s, "decada"); strcpy(t, ""); for(i = 0; i < strlen(s); i++) { k = s[i] - 'a'; for(j = 0; j < k; j++) strcat(t, s + i); }</pre>	<pre>s := 'decada'; t := ''; for i := 1 to length(s) do begin k := ord(s[i]) - ord('a'); for j := 0 to k-1 do t := t + copy(s, i, 100); end;</pre>

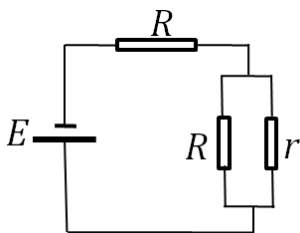
What will be the length of the string t after the given code sequence is executed?

- A) 52 B) 55 C) 73 D) 40
15. Consider a 2×2 matrix-shaped electrical panel. Each cell of the panel contains a light bulb and a switch. Each light bulb can be in one of the following two states: *off* (a state encoded by the value 0) or *on* (a state encoded by the value 1). Pressing a switch changes the state of all horizontally or vertically adjacent light bulbs, without changing the state of the light bulb located in the same cell as the pressed switch. For example, pressing the switch in the upper-left corner transforms the configuration $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ into the configuration $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Given that any number of switches may be pressed (including none), in any order, for how many initial configurations of the four light bulbs can the configuration in which all light bulbs are off be obtained?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 6

FIZICĂ – Varianta 4

1.



În circuitul din figură bateria este ideală și $R = 10\Omega$. Puterea electrică disipată de rezistența r are o valoare extremă. Rezistența r este

A) $r = 10\Omega$	B) $r = 3,3\Omega$	C) $r = 6,7\Omega$	D) $r = 5\Omega$
-------------------	--------------------	--------------------	------------------

2. O cantitate fixată de gaz ideal biatomic ($C_V = \frac{5R}{2}$) efectuează un lucru mecanic de 500 J într-o transformare izobară. Ce valoare are variația energiei interne a gazului în această transformare?

A) 750 J	B) 1750 J	C) 1250 J	D) 500 J
----------	-----------	-----------	----------

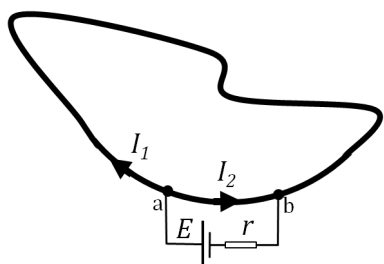
3. Un autovehicul se deplasează spre un bloc de locuințe cu modulul vitezei V față de acest bloc. Ce orientare și ce modul are viteza blocului de locuințe față de autovehicul?

A) Blocul nu se mișcă față de autovehicul	B) Blocul se mișcă spre autovehicul cu modulul vitezei $\frac{V}{2}$ față de autovehicul	C) Blocul se mișcă spre autovehicul cu modulul vitezei $2V$ față de autovehicul	D) Blocul se mișcă spre autovehicul cu modulul vitezei V față de autovehicul
---	--	---	--

4. O cantitate de gaz ideal ocupă un volum de $8,31 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ la temperatura de 300 K și presiunea de $2 \times 10^5 \text{ Pa}$. Constanta universală a gazelor ideale are valoarea $8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Numărul de moli de gaz este:

A) $\frac{2}{3}$ moli	B) 0,75 moli	C) 3 moli	D) 2 moli
-----------------------	--------------	-----------	-----------

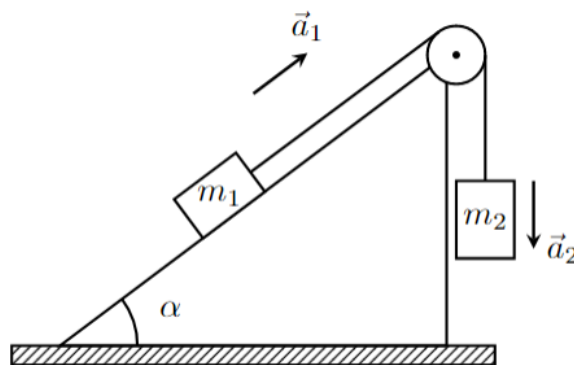
5.



Dintr-un conductor cu rezistența electrică R se confecționează o buclă închisă. Aceasta este apoi conectată între două puncte a și b ale sale, ca în figură, la bornele unei baterii cu rezistența internă $r = R/20$, astfel încât puterea electrică disipată de buclă să fie maximă. Raportul I_2/I_1 al intensităților curenților care trec prin cele două ramuri ale buclei conectate între punctele a și b are valoarea

A) $\frac{I_2}{I_1} = 3 + 2\sqrt{5}$	B) $\frac{I_2}{I_1} = 9 + 4\sqrt{5}$	C) $\frac{I_2}{I_1} = 4 + 9\sqrt{5}$	D) $\frac{I_2}{I_1} = 9 + 5\sqrt{3}$
--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

6. Un corp cu masa m_1 se află pe un plan înclinat cu unghiul α față de orizontală. În vârful planului înclinat este fixat un scripete ideal. Corpul cu masă m_1 este legat de un corp cu masă m_2 , care atârna vertical în afara planului, printr-un fir ideal (inextensibil și masă neglijabilă) trecut peste scripete. Porțiunea de fir dintre corpul 1 și scripete este paralelă cu fața planului. Coeficientul de frecare la alunecare între corpul cu masă m_1 și plan este μ . Sistemul este lăsat liber și se mișcă astfel încât corpul 2 coboară accelerat și $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$. Ce expresie are tensiunea T în fir ?



A) $T = \frac{m_1 m_2 g (1 - \sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2}$	B) $T = \frac{m_1 m_2 g (1 + \cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m_1 + m_2}$	C) $T = \frac{m_1 m_2 g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2}$	D) $T = \frac{m_1 m_2 g (1 + \sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2}$
--	--	--	--

7. O cantitate fixată de gaz ideal parcurge un ciclu format dintr-o transformare izobară ($1 \rightarrow 2$), o transformare izocoră ($2 \rightarrow 3$) și o transformare adiabatică ($3 \rightarrow 1$). Dacă raportul volumelor în transformarea izobară este $\frac{V_2}{V_1} = k < 1$, să se determine randamentul η al ciclului în funcție de k și de exponentul adiabetic γ al gazului.

A) $\eta = 1 - \frac{k^{\gamma-1} - 1}{\gamma(k-1)}$	B) $\eta = 1 - \gamma \frac{1-k}{k^{1-\gamma}-k}$	C) $\eta = 1 - \gamma \frac{k^{\gamma}-1}{k-1}$	D) $\eta = 1 - \frac{k^{\gamma}-1}{\gamma(k-1)}$
--	---	---	--

8. Două corpuri cu mase m_1 și m_2 se află pe o suprafață orizontală fără frecare, fiind legate între ele printr-un resort (cu masa neglijabilă) de constantă elastică k , inițial nedeformat. Corpului 1 i se imprimă instantaneu o viteză inițială cu modulul V_0 pe direcția resortului, spre corpul 2 care se află în repaus. Să se determine comprimarea maximă Δx_{max} a resortului în timpul mișcării ulterioare.

A) $\Delta x_{max} = V_0 \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$	B) $\Delta x_{max} = V_0 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$	C) $\Delta x_{max} = V_0 \sqrt{\frac{m_1}{k}}$	D) $\Delta x_{max} = \frac{m_1 m_2 V_0^2}{k(m_1 + m_2)}$
---	--	--	--

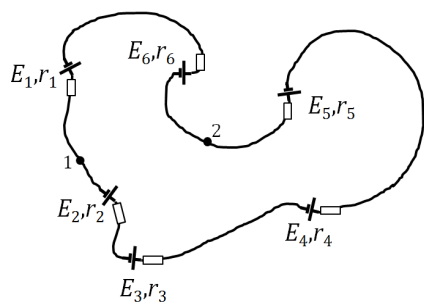
9. Dintr-un cub conductor se confecționează doi rezistori cilindrici, identici, cu lungimea de n ori mai mică decât latura cubului. Raportul între rezistența unuia dintre rezistorii cilindrici și cea a cubului între două fețe opuse are valoarea

A) $\frac{2}{n^3}$	B) $\frac{2}{\pi n^2}$	C) $\frac{1}{n^3}$	D) $\frac{2}{n^2}$
--------------------	------------------------	--------------------	--------------------

10. O forță F acționează asupra unui corp, deplasându-l de-a lungul axei Ox . Modulul forței variază liniar cu coordonata x conform relației: $F(x) = ax + b$, unde $a = 2 \text{ Nm}^{-1}$ și $b = 5 \text{ N}$. Să se determine lucrul mecanic efectuat de această forță pentru a deplasa corpul din punctul $x_1 = 0 \text{ m}$ până în punctul $x_2 = 4 \text{ m}$.

A) $L = 72 \text{ J}$	B) $L = 20 \text{ J}$	C) $L = 36 \text{ J}$	D) $L = 52 \text{ J}$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

11.



Bateriile din circuitul reprezentat în figură au tensiuni electromotoare diferite, dar proporționale cu rezistențele lor interne, constanta de proporționalitate, $c = 4,5V \cdot \Omega^{-1}$, fiind aceeași pentru toate bateriile. Rezistența electrică a firelor de conexiune este neglijabilă. Circuitul disipă puterea $P = 10,1W$. Rezistența electrică R a circuitului și tensiunea electrică U_{12} între punctele 1 și 2 ale acestuia sunt date de

A) $R = 4\Omega$ $U_{12} \cong 5V$	B) $R \cong 2,25\Omega$ $U_{12} = 15,1V$	C) $R \cong 0,5\Omega$ $U_{12} = 0V$	D) $R \cong 0,5\Omega$ $U_{12} = 9V$
--	--	--	--

12. Două mobile având modulele vitezelor inițiale V_{01} și V_{02} pleacă simultan unul spre celălalt și se întâlnesc la mijlocul distanței dintre ele. Mobilul 1 se mișcă uniform încetinit iar mobilul 2 se mișcă uniform accelerat. Modulele celor două accelerații sunt egale ($|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$). După cât timp se întâlnesc?

A) $t = \sqrt{\frac{V_{01}-V_{02}}{a}}$	B) $t = \frac{V_{01}-V_{02}}{2a}$	C) $t = \frac{V_{01}+V_{02}}{a}$	D) $t = \frac{V_{01}-V_{02}}{a}$
---	-----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

13. Într-o locuință se găsesc 10 aparate electrocasnice. Timpul de utilizare al fiecărui aparat a fost invers proporțional cu puterea sa nominală, constanta de proporționalitate c fiind aceeași pentru toate aparatele. La un preț de 2lei/kWh, locatarii au plătit pentru energia electrică consumată de electrocasnice suma de 250 lei. Cât timp a fost utilizat frigiderul cu puterea 1kW?

A) 150h	B) 7,5h	C) 25h	D) 12,5h
---------	---------	--------	----------

14. Într-o transformare izotermă a unei cantități de gaz ideal presiunea gazului scade de cinci ori. Ce se întâmplă cu volumul gazului în această transformare?

A) Volumul crește de cinci ori	B) Volumul scade de douăzeci și cinci de ori	C) Volumul crește de douăzeci și cinci de ori	D) Volumul scade de cinci ori
--------------------------------	--	---	-------------------------------

15. Care este relația dintre masa molară μ și masa moleculară m_0 a unei substanțe?

A) $\mu \cdot m_0 = 1$	B) $\mu = m_0 N_A$	C) $m_0 = \mu N_A$	D) $\mu = m_0$
------------------------	--------------------	--------------------	----------------

Variantă (RO+EN) 4