

Subiecte la testul grilă de Matematică

1. Suma

$$S = \sum_{k=2}^{2023} \frac{1}{\log_k 1 + \log_k 2 + \dots + \log_k 2023}$$

este egală cu:

(a) $2023!$; (b) 0; (c) 2023; (d) 1.

2. Fie un număr $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $z^3 = 8i$. Dacă $\operatorname{Re} z \neq 0$, atunci $\operatorname{Im} z$ este:

(a) 2; (b) 1; (c) i ; (d) -2 .

3. Fie $G = (-2, 2)$. Dacă funcția

$$f : (\mathbb{R}, +) \rightarrow (G, *), \quad f(x) = \frac{2x}{1 + |x|}$$

este un izomorfism de grupuri, atunci $1 * (-1)$ este egal cu:

(a) 1; (b) 0; (c) 2; (d) -1 .

4. Valoarea integralei

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$$

este:

(a) $\ln 2$; (b) -1 ; (c) 0; (d) 1.

5. Suma soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuației

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$$

este:

(a) $\frac{\pi}{2}$; (b) $\frac{\pi}{6}$; (c) π ; (d) $\frac{2\pi}{3}$.

6. Valoarea lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2 ale ecuației

$$x^2 - (2m - 3)x + m - 1 = 0$$

satisfac relația $3x_1 - 5x_1x_2 + 3x_2 = 0$ este:

(a) $\frac{12}{7}$; (b) 4; (c) 2; (d) $\frac{14}{11}$.

7. Fie $a \in \mathbb{R}^*$. Se consideră şirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin determinatul de ordinul n :

$$x_n = \begin{vmatrix} a+2 & a & \dots & a \\ a & a+2 & \dots & a \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a & a & \dots & a+2 \end{vmatrix}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Valoarea expresiei $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ este:

(a) 1; (b) 2; (c) 0; (d) ∞ .

8. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x}$$

este:

(a) 1; (b) 0; (c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{1}{3}$.

9. Într-un reper cartezian se consideră dreptele:

$$(d_1) : (m-1)x + (3m-7)y - 5 = 0 \quad \text{şi} \quad (d_2) : x + y = 0,$$

unde m este un parametru real. Să se indice care dintre următoarele afirmaţii este adevărată:

- (a) dreptele sunt perpendiculare pentru o singură valoare a lui m ;
- (b) dreptele sunt paralele pentru $m = 2$;
- (c) există o valoare a parametrului m pentru care dreptele coincid;
- (d) dreptele nu sunt perpendiculare pentru nicio valoare a lui m .

10. Numerele reale a şi b satisfac egalitatea

$$(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 = 2 \cos^2 \frac{a-b}{2}.$$

Atunci $\cos(a-b)$ are valoarea:

(a) 1; (b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (c) -1; (d) 0.

11. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilă şi F o primitivă a lui f cu $F(0) = 1$. Dacă

$$f(x) = 2xF(x), \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

atunci valoarea lui $f'(0)$ este:

(a) -1; (b) 1; (c) 2; (d) 0.

12. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - n + 1} - \sqrt{n^2 + n + 2} \right)$$

este:

(a) -1; (b) ∞ ; (c) 1; (d) 0.

13. Notăm cu $\text{Tr } M$ urma matricei $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ (suma elementelor de pe diagonala principală). Pentru matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Tr}(A^n)}{\det(A^n)}$ este egală cu:
 (a) 1; (b) 2; (c) ∞ ; (d) 0.

14. În rombul $ABCD$ avem $AB = 12$ și $m(\widehat{C}) = 60^\circ$. Atunci suma

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$$

este egală cu:

(a) $72(1 + \sqrt{3})$; (b) $72\sqrt{3}$; (c) $144\sqrt{3}$; (d) 72.

15. Valoarea sumei

$$S = \sum_{k=0}^{2023} \left(1 - \frac{k}{2023}\right) C_{2023}^k$$

este:

(a) $2023!$; (b) 2^{2023} ; (c) 2^{2022} ; (d) 2023.

16. Numărul funcțiilor neconstante $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, continue în 0, care satisfac

$$f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

(a) 4; (b) 2; (c) 1; (d) 0.

17. Fie triunghiul ABC cu laturile AB , AC și BC de lungimi c , b și respectiv a . Valoarea expresiei

$$E = b \cos \widehat{C} - c \cos \widehat{B}$$

este:

(a) $E = b - c$; (b) $E = \frac{b^2 - c^2}{a}$; (c) $E = \frac{b^2 + c^2}{a}$; (d) $E = a$.

18. Fie ecuația:

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{1-2x} = \sqrt{4+x}.$$

Numărul soluțiilor nenule ale ecuației este:

(a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 3.

19. Fie sistemul

$$\begin{cases} 2mx + y + z = n \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + 2mz = 2. \end{cases}$$

Produsul $m \cdot n$ al parametrilor $m, n \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul considerat este compatibil nedeterminat are valoarea:

(a) 1; (b) -2 ; (c) 2; (d) 0.

20. Dacă $1 + 5 + 9 + \dots + x = 496$, unde termenii care se însumează în membrul stâng sunt în progresie aritmetică, atunci x este egal cu:

- (a) 41; (b) 61; (c) 81; (d) 21.

21. Gradul polinoamelor neidentice nule cu coeficienți reali $P(x)$ care satisfac

$$xP(x) = (x - 3)P(x + 1), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

- (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4.

22. Considerăm funcția neconstantă $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ care satisface

$$f(X \cdot Y) = f(X) \cdot f(Y), \quad \forall X, Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}).$$

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos \frac{2\pi}{3} & -\sin \frac{2\pi}{3} \\ \sin \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}$, atunci $f(A^3)$ are valoarea:

- (a) -1; (b) 1; (c) 0; (d) 3.

23. Dacă $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}} = 2$, unde $a, b > 0$, atunci produsul $a \cdot b$ are valoarea:

- (a) 1; (b) 2; (c) e ; (d) 4.

24. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = e^x + e^{-x}$. Să se indice care dintre următoarele afirmații este adevărată:

- (a) 0 este punct critic pentru f , dar nu este punct de extrem;
(b) 0 este punct de maxim global pentru f ;
(c) 0 este punct de minim global pentru f ;
(d) f nu este derivabilă în 0.

25. Fie $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă care satisface

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 1, \quad \forall x > 0.$$

Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{x}{x^4 + 1} f(x) dx$ are valoarea:

- (a) 1; (b) $\frac{\pi}{4}$; (c) $\frac{\pi}{8}$; (d) 0.