

Concursul de admitere iulie 2019
Domeniul de licență – *Calculatoare și Tehnologia Informației*

Matematică (Varianta 4)

1. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^x (e^{t^2} - \cos t) dt$ este:

☐ A $\frac{1}{3}$

☐ B 0

☐ C $\frac{1}{2}$

☐ D $-\frac{3}{2}$

2. Fie $a_n = n \int_{4n-1}^{4n} \frac{1}{1 + |x - 2n|} dx$ pentru orice număr natural $n \geq 1$. Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ este:

☐ A $\frac{1}{2}$

☐ B $\frac{1}{4}$

☐ C $\sqrt{e}$

☐ D 0

3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \cos x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Notăm cu f^{-1} inversa funcției f . Atunci $(f^{-1})'(1)$ este:

☐ A 1

☐ B $\frac{1}{1 - \sin 1}$

☐ C $1 + \cos 1$

☐ D $1 - \sin 1$

4. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 7}{\sqrt{x^2 + 2}}$, unde $a \in \mathbb{R}$. Mulțimea tuturor valorilor parametrului a pentru care funcția are trei puncte de extrem local este:

☐ A $(1, +\infty)$

☐ B $(-1, 1)$

☐ C $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

☐ D $(-\infty, 1)$

5. Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Atunci suma absciselor punctelor de pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției este paralelă cu dreapta $y = 5x$ este:

☐ A 0

☐ B -1

☐ C 1

☐ D -2

6. Restul împărțirii polinomului $X^{100} - X^{50} + 1$ la polinomul $X^2 + X + 1$ este:

☐ A $X^2 - X$

☐ B $X + 2$

☐ C $-X + 1$

☐ D $2X + 2$

7. Mulțimea soluțiilor inecuației $(0, 5)^{\log_3(x+1)} \geq 2$ este:

☐ A $[-\frac{2}{3}, +\infty)$

☐ B $(-1, -\frac{2}{3}]$

☐ C $(-1, \frac{2}{3}]$

☐ D $(-\infty, -\frac{2}{3}]$

8. Suma $1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 100 \cdot 2^{99}$ este egală cu:

☐ A $99 \cdot 2^{100} + 1$

☐ B $101 \cdot 2^{100} + 1$

☐ C $5050(2^{100} - 1)$

☐ D $2^{100} - 1$

9. Pe mulțimea numerelor întregi definim operația algebrică $*$ descrisă prin : $x * y = 2xy + 3x + 3y + 3$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$. Suma elementelor inversabile față de operația $*$ este:

☐ A 0

☐ B -1

☐ C 3

☐ D -3

10. Fie S mulțimea soluțiilor complexe ale ecuației: $x^3 = (3 + 4i) \cdot \bar{x}$ (unde $\bar{z}$ înseamnă conjugatul numărului complex z). Suma modulelor tuturor elementelor lui S este:

☐ A $3\sqrt{5}$

☐ B 15

☐ C $4\sqrt{5}$

☐ D 0

11. Valoarea parametrului m pentru care vectorii $\vec{u} = (m + 3) \vec{i} - m \vec{j}$ și $\vec{v} = (2m + 1) \vec{i} - 2m \vec{j}$ sunt perpendiculari și au aceeași lungime este:

☐ A $\frac{4}{3}$

☐ B 0

☐ C $\frac{3}{4}$

☐ D -1

12. Punctul de pe dreapta de ecuație $x + 2y - 1 = 0$ egal depărtat de punctele $M(-3, 7)$ și $N(5, 3)$ este punctul de coordonate:

☐ A (1, 0)

☐ B (-1, 1)

☐ C (1, 5)

☐ D (3, 9)

13. În 35 de minute, acul minutar al unui ceas descrie un arc de cerc având măsura egală cu:

☐ A 210°

☐ B 150°

☐ C 35°

☐ D 185°

14. Dacă lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic sunt date de numere naturale consecutive, atunci ipotenuza este:

☐ A 4

☐ B 3

☐ C 5

☐ D 10

15. Fie $\alpha \in [0, \pi]$ un parametru real. Mulțimea tuturor valorilor parametrului α pentru care ecuația de gradul al doilea $x^2 - 2(\sin \alpha - \cos \alpha)x + \cos 2\alpha = 0$ (cu necunoscuta x) are o singură soluție reală este:

☐ A $\{0, \frac{\pi}{2}\}$

☐ B $\{0, \frac{\pi}{4}, \pi\}$

☐ C $\{0, \pi\}$

☐ D $\{0, \frac{\pi}{2}, \pi\}$

Timpe de lucru total 3 ore, în care este inclusă și rezolvarea celui de-al doilea subiect, la alegere dintre Informatică și Fizică.

INFORMATICĂ – Varianta 4

În cele ce urmează se consideră: 1) $x \bmod y$ - restul împărțirii lui x la y ; 2) $x \div y$ - câtul împărțirii lui x la y ; 3) $\leftarrow$ înseamnă atribuire; 4) $=$ semnifică verificarea egalității; 5) $M_{l \times c}$ - M este matricea cu l linii și c coloane, M_{ij} este elementul matricei M corespunzător liniei i și coloanei j , numerotarea liniilor și a coloanelor începe de la 1.

1. Fie C o coadă inițial vidă. La fiecare pas i , $i \geq 1$, se introduc în coadă $2 \cdot i$ valori și se extrag i valori. Câte elemente vor fi în coadă după executarea primilor 10 pași?

a) 45 b) 55 c) 50 d) 66

2. În pseudocodul următor n, s, i, j, k sunt numere naturale:

```
citește n
s ← 0
pentru i ← 1, n * n execută
    pentru j ← 1, i div 2 execută
        s ← s + i + j
    k ← 1
    cât timp k < j execută
        s ← s + k
        k ← k * 2
scrie s
```

Care este complexitatea secvenței de cod anterioare?

a) $O(n^3 \log n)$ b) $O(n^2 \log n)$ c) $O(n^4)$ d) $O(n^3)$

3. Fie următoarea secvență de cod:

C/C++ char s[16]="Examen-C.-T.-I.", *p, c1, c2; p=strchr(s,'-'); c1=s[p-s+1]; cout<<s[p-s+1]<<s[p-s]; printf("%c%c", s[p-s+1],s[p-s]); while(p) { c2=c1; c1=s[p-s+1]; p=strchr(p+1,'-'); } cout<<c1<<c2<<"2019"; printf("%c%c2019",c1,c2);	Pascal var s,s1:string[255]; p: integer; c1,c2:char; begin s:='Examen-C.-T.-I.'; p:=pos('-',s); c1:=s[p+1]; write(s[p+1],s[p]); while p<>0 do begin c2:=c1; c1:=s[p+1]; s:=copy(s,p+1,length(s)-p); p:=pos('-',s); end; write(c1,c2,'2019'); end.
---	--

Ce se afișează în urma rulării secvenței?

a) CTI-2019 b) T.I.2019 c) C-IT2019 d) IT-C2019

4. Se dă vectorul v ce conține numerele naturale de la 1 la n în ordine crescătoare ($n \geq 100$, n este par). Pentru câte numere naturale x căutarea binară a lui x în v se încheie după accesarea a cel mult două elemente din v ?

a) $\lceil \log_2 n \rceil$ b) 3 c) $\lceil n/2 \rceil$ d) 1

5. Care este numărul de cicluri elementare (ce nu conțin același nod de mai multe ori) de lungime impară ale grafului complet cu 17 noduri?

a) 65159 b) 96559 c) 65519 d) 55196

6. Se dă matricea $A_{n \times n}$ (A este matrice cu n linii și n coloane) cu $n > 0$ și secvența de pseudocod următoare:

```
pentru i ← 1, n execută
    pentru j ← 1, n execută
        Aij ← (i+j) mod n
```

Suma elementelor de pe diagonala secundară a matricei A în urma execuției secvenței va fi:

a) n b) n^2 c) 0 d) $n(n+1)$

7. Fie matricele $A_{2 \times 3}$, $B_{3 \times 4}$, $C_{4 \times 3}$, $D_{3 \times 2}$. Folosind proprietatea de asociativitate a înmulțirii matricelor se poate determina numărul minim x de înmulțiri între elementele matricelor necesare pentru a calcula $A \times B \times C \times D$. Valoarea lui x este:

a) 66 b) 48 c) 64 d) 60

8. Se consideră algoritmul următor, scris în pseudocod, unde x, p și n sunt numere naturale:

```

citește n (număr natural)
x ← 0
p ← 1
cât timp n > 0 execută
    x ← x + (n mod 10 - n mod 2) * p
    p ← p * 10
    n ← n div 10
scrie x

```

Câte dintre numerele din intervalul $[1, 10000]$ nu pot fi afișate folosind algoritmul dat?

- a) 736 b) 9376 c) 624 d) 2500

9. În pseudocodul următor x și y sunt numere naturale:

```

subprogram f(x, y)
    dacă x = 0 atunci
        scrie y
    dacă x mod 3 > 0 atunci
        apelează f(x div 3, y+1)

```

Pentru câte valori ale lui x din mulțimea $\{2019, 1321698, 78320103\}$ subprogramul nu afișează nimic la apelare:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 0

10. Care este numărul maxim de muchii pentru un lanț elementar într-un arbore cu rădăcină ce are 1093 de noduri, în care fiecare nod intern are exact 3 fii?

- a) $2 * (\lceil \log_3(2 * 1093 + 1) \rceil - 1)$ b) $3 * \lceil \log_3 1093 \rceil$ c) $2 * \lceil \log_3 1093 \rceil + 1$ d) $\lceil \log_3 1093 \rceil$

11. În pseudocodul următor v este un vector cu n elemente numerotate de la poziția 1, iar s și d sunt numere naturale. Cu ce secvență de instrucțiuni se pot înlocui punctele de suspensie astfel încât la apelul $\text{suma}(v, l, n)$ subprogramul să returneze suma elementelor vectorului v ?

```

subprogram suma(v, s, d)
    dacă s = d atunci
        returnează .....
    altfel
        returnează suma(v, s, (s+d) div 2) + suma(v, (s+d) div 2 + 1, d)

```

- a) 0 b) $v[s]$ c) $v[(s+d) \text{ div } 2 + 1]$ d) $v[(s+d) \text{ div } 2 - 1]$

12. Fie mulțimea de litere $A = \{a, b, c, d, e, i\}$. Cu ajutorul metodei backtracking se construiesc toate secvențele formate din 5 litere distincte (din mulțimea A) ce nu conțin două vocale alăturate. Câte soluții vor fi generate?

- a) 224 b) 252 c) 256 d) 562

13. Se consideră algoritmul următor, scris în pseudocod:

```

citește z, y, x (numere naturale)
cât timp y > 0 execută
    dacă z = y - x atunci
        scrie y mod 10
    x ← y
    citește y

```

Care dintre următoarele variante poate fi rezultatul afișat de această secvență de cod?

- a) 4321 b) 5816 c) 9357 d) 5815

14. Fie G graf neorientat, cu toate nodurile având grad par nenul. Câte dintre următoarele afirmații sunt adevărate: 1) G este hamiltonian; 2) G este eulerian; 3) G conține cel puțin un lanț elementar de lungime 3; 4) G are cel puțin un ciclu?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 1

15. Fie v un vector ce conține toate numerele naturale de la 99 la 1, ordonate descrescător. Numim inversiune a lui v o pereche (i, j) cu proprietatea că $i < j$ și $v[i] > v[j]$. Câte inversiuni are vectorul v ?

- a) 4950 b) 4851 c) 4753 d) 5050

FIZICĂ – Varianta 4

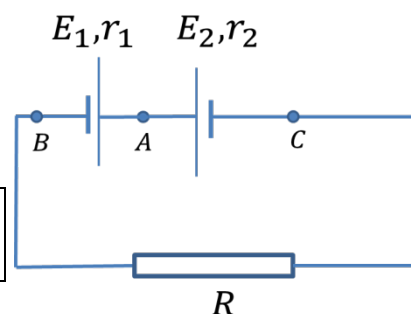
1. Un corp este așezat în vârful unui plan înclinat fix având unghiul de înclinare α . Coeficientul de frecare între corp și plan este μ iar accelerația gravitațională este g . Corpului i se imprimă viteza V_0 în lungul planului spre baza acestuia. Știm că $\mu > \tan \alpha$ și neglijăm frecarea cu aerul. Care din afirmațiile de mai jos este adevărată?

a) Corpul se mișcă rectiliniu uniform spre baza planului	b) Dacă lungimea planului înclinat este $L = \frac{V_0^2}{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}$ atunci corpul se oprește pe planul înclinat.	c) Dacă lungimea planului înclinat este $L = \frac{V_0^2}{3g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}$ atunci corpul se oprește pe planul înclinat.	d) Corpul capătă o accelerație orientată în lungul planului spre baza acestuia
--	---	--	--

2.

În circuitul din figură se cunosc valorile E_1, r_1, r_2 și $E_2 = 3E_1$. Ce valoare trebuie să aibă rezistența R pentru ca tensiunea $U_{BC} = V_B - V_C$ între punctele B și C să fie egală cu tensiunea electromotoare E_1 ? Se neglijează rezistența conductoarelor de legătură.

a) $R = \sqrt{r_1 r_2}$	b) $R = \frac{r_1 + r_2}{\sqrt{2}}$	c) $R = 3(r_1 + r_2)$	d) $R = r_1 + r_2$
-------------------------	-------------------------------------	-----------------------	--------------------

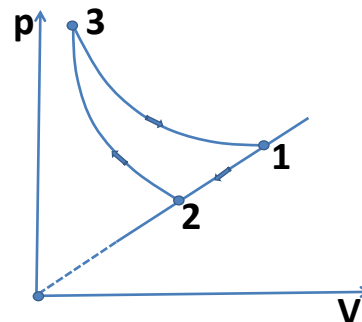


3. O cantitate de gaz ideal este supusă unei transformări cvasistatice izoterme în care presiunea gazului crește. Ce se întâmplă cu densitatea gazului în timpul acestei transformări?

a) crește	b) rămâne neschimbată	c) nu sunt informații suficiente pentru a afla ce se întâmplă cu densitatea	d) scade
-----------	-----------------------	---	----------

4.

O cantitate de gaz ideal monoatomic este supusă unei transformări ciclice (vezi figura) formată din transformarea 1-2 în care presiunea variază liniar cu volumul, transformarea adiabatică 2-3 și transformarea izotermă 3-1. În transformarea 3-1 temperatura are valoarea T_1 iar în starea 2 valoarea T_2 . Calculați, în funcție de cele două temperaturi, randamentul unui motor termic care ar funcționa conform acestui ciclu. Căldura molară a procesului 1-2 are valoarea $2R$, unde R este constanta universală a gazelor ideale.

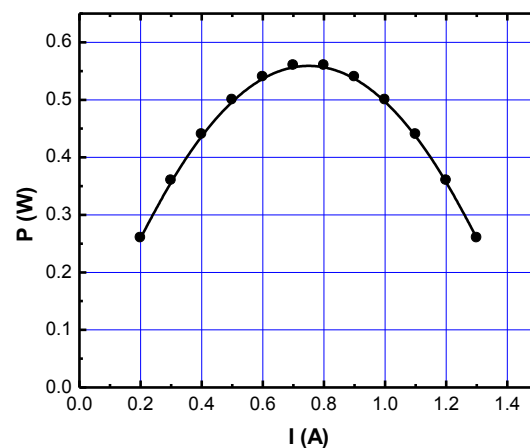


a) $\eta = 1 + \frac{T_1 - T_2}{T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}$	b) $\eta = 1 - \frac{5}{3} \frac{(T_1 - T_2)}{T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}}$	c) $\eta = 1 + \frac{T_2}{T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}$	d) $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$
---	---	---	---------------------------------

5. Două gaze ideale având aceeași masă se introduc într-o incintă în care se vor amesteca. Cele două gaze au masele molare μ_1 și μ_2 . Ce masă molară medie va avea amestecul celor două gaze?

a) $\mu_{am} = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$	b) $\mu_{am} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$	c) $\mu_{am} = \sqrt{\mu_1 \mu_2}$	d) $\mu_{am} = \frac{2\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$
---	---	------------------------------------	--

6. La bornele unei baterii este conectat un reostat. Pentru diferite valori ale rezistenței reostatului se măsoară puterea electrică P disipată pe reostat și intensitatea I a curentului electric prin circuit. În figură este reprezentată grafic, cantitativ, dependența P - I . Maximul acestei dependențe corespunde valorilor de 0,5625W și 0,75A. Valorile tensiunii electromotoare E și rezistenței interne r ale bateriei sunt:



a) $E = 2,25V$ $r = 1\Omega$	b) $E = 1,5V$ $r = 1\Omega$	c) $E = 9V$ $r = 1\Omega$	d) $E = 4,5V$ $r = 1,5\Omega$
---------------------------------	--------------------------------	------------------------------	----------------------------------

7. Două voltmetre având rezistențele R_{V1} și R_{V2} se conectează în serie la bornele unei surse de tensiune constantă. Raportul tensiunilor indicate de cele două voltmetre este:

a) $\frac{U_2}{U_1} = 1$	b) $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_{V1}}{R_{V2}}$	c) $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_{V2}}{R_{V1}}$	d) $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{R_{V1}}{R_{V2}} + \frac{R_{V2}}{R_{V1}}}$
--------------------------	--	--	---

8. Două bile cu masele m_1 și m_2 se deplasează una după alta spre dreapta (bila 1 este în stânga și bila 2 în dreapta) pe o suprafață orizontală netedă. Bila 1 are viteza $2V$ și bila 2 are viteza V , ambele viteze fiind măsurate față de Pământ. Bila 1 ajunge din urmă bila 2 și se ciocnesc perfect elastic, unidimensional. Ce valoare trebuie să aibă raportul maselor m_2/m_1 astfel încât după ciocnire bila 2 să capete viteza $3V/2$ față de Pământ?

a) $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$	b) $\frac{m_2}{m_1} = \frac{5}{3}$	c) $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$	d) $\frac{m_2}{m_1} = 3$
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	--------------------------

9. Un corp punctiform este aruncat vertical în sus de la suprafața Pământului, ajunge la înălțimea maximă și revine pe suprafața Pământului. Notăm cu a_1, a_2, a_3 și V_1, V_2, V_3 modulele accelerațiilor și vitezelor momentane ale corpului față de Pământ într-un moment din timpul urcării, în momentul atingerii punctului de înălțime maximă și, respectiv, într-un moment din timpul coborârii. Accelerația gravitațională din zona respectivă este g . Neglijăm forțele de frecare cu aerul. Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

$a_1 = 0, V_1 \neq 0$	$a_1 = g, V_1 \neq 0$	$a_1 = g, V_1 \neq 0$	$a_1 = g, V_1 \neq 0$
a) $a_2 = 0, V_2 = 0$	b) $a_2 = g, V_2 = 0$	c) $a_2 = g, V_2 \neq 0$	d) $a_2 = 0, V_2 = 0$
$a_3 = 0, V_3 \neq 0$	$a_3 = g, V_3 \neq 0$	$a_3 = g, V_3 \neq 0$	$a_3 = g, V_3 \neq 0$

10. Un conductor cilindric are diametrul $\Phi = \sqrt{6,8 \times 10^{-5}}/\pi$ m, aria secțiunii transversale constantă, rezistivitatea electrică $\rho = 1,7 \times 10^{-8} \Omega m$ și lungimea $l = 1$ km. Ce valoare are rezistența electrică R a conductorului?

a) $R = \frac{\pi \Phi^2}{4 \rho l} = 0,01 \Omega$	b) $R = \frac{4 \rho l}{\pi \Phi^2} = 1 \Omega$	c) $R = \frac{4 \pi \rho l}{\Phi^2} = 3,14 \Omega$	d) $R = \frac{\rho \pi \Phi^2}{4 l} = 2,9 \times 10^{-17} \Omega$
--	---	--	---

11. Aerul conține cu preponderență azot și are o masă molară medie $\mu = 29$ g/mol. Ce masă de aer se găsește într-o cameră în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile $5 \times 5 \times 4$ m³ în condiții normale de presiune și temperatură? ($p_0 = 10^5$ Pa, $t_0 = 0^\circ C$, $R = 8,31$ J/(mol $\times$ K)). Considerați că aerul se comportă ca un gaz ideal în condițiile date.

a) $m \approx 127,8\text{kg}$	b) $m \approx 1,28\text{kg}$	c) $m \approx 12,8\text{kg}$	d) $m \approx 0,128\text{g}$
-------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

12. În notațiile din grila de răspuns indicii T, V, p, ad atribuiți mărimii fizice $M_{T,V,p,ad}$ se referă la transformările simple cvasistatice (izotermă, izocoră, izobară și adiabatică) la care este supusă o cantitate de gaz ideal. Care dintre afirmații sunt simultan adevărate? Notațiile sunt cele uzual folosite în manuale.

a) $L_T = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$ $Q_V = 0$ $Q_{ad} = -\nu C_V (T_2 - T_1)$ $\Delta U_p = \nu C_V (T_2 - T_1)$	b) $Q_T = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ $L_{ad} = \nu C_V (T_2 - T_1)$ $Q_p = \nu C_p (T_2 - T_1)$ $Q_V = \nu C_V (T_2 - T_1)$	c) $\Delta U_T = 0$ $L_V = 0$ $Q_{ad} = 0$ $\Delta U_p = \nu C_V (T_2 - T_1)$	d) $Q_T = \nu C_V (T_2 - T_1)$ $L_V = 0$ $L_{ad} = -\nu C_V (T_2 - T_1)$ $L_p = p(V_2 - V_1)$
--	--	---	---

13. Randamentul unui circuit format dintr-o baterie cu rezistența internă $r = 1\Omega$ și un rezistor cu rezistența $R = 3\Omega$, are valoarea:

a) $\eta = 33,3\%$	b) $\eta = 37,5\%$	c) $\eta = 50\%$	d) $\eta = 75\%$
--------------------	--------------------	------------------	------------------

14. Un corp punctiform de masă m se află într-un punct inițial A situat la înălțimea h față de suprafața Pământului. Corpul este deplasat spre un punct final B, situat pe suprafața Pământului, în trei moduri diferite. În primul caz este deplasat vertical în jos. În al doilea caz este deplasat oblic în jos până atinge suprafața Pământului într-un punct C ($BC = d$) după care este tras pe orizontală spre B. În al treilea caz este tras în sus deasupra punctului A într-un punct D ($AD = d_1$) după care este deplasat pe verticală spre B. Ce expresie are lucrul mecanic $L_G^{(AB)}$ efectuat de greutatea corpului în cele trei cazuri? Se cunoaște accelerația gravitațională g din zona respectivă.

a) $L_{G1}^{(AB)} = mgh$ $L_{G2}^{(AB)} = mg(h + d)$ $L_{G3}^{(AB)} = mg(h + d_1)$	b) $L_{G1}^{(AB)} = mgh$ $L_{G2}^{(AB)} = mgh$ $L_{G3}^{(AB)} = mg(h + d_1)$	c) $L_{G1}^{(AB)} = mgh$ $L_{G2}^{(AB)} = mgh$ $L_{G3}^{(AB)} = mgh$	d) $L_{G1}^{(AB)} = mgh$ $L_{G2}^{(AB)} = mg\sqrt{h^2 + d^2}$ $L_{G3}^{(AB)} = mg(h - d_1)$
---	---	---	--

15. Pe podeaua unui lift se află un corp de masă m . Când liftul este în repaus față de Pământ corpul apasă asupra podelei cu forța F_1 . Când liftul este tras vertical în sus cu viteza constantă V față de Pământ corpul apasă asupra podelei cu forța F_2 . Când liftul este tras vertical în sus cu viteza constantă $2V$ față de Pământ corpul apasă asupra podelei cu forța F_3 . Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

a) $F_1 = mg$ $F_3 = 2F_2$	b) $F_1 = mg$ $F_3 = F_2 \neq mg$	c) $F_1 = F_2 = F_3$	d) $F_1 = mg$ $F_3 > F_2$
-------------------------------	--------------------------------------	----------------------	------------------------------