Examenul Național de bacalaureat 2023

Proba E.c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare Vrancea

Filiera teoretică,profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentrurezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I *(30 puncte)*

1.	$3=\log_2 8$, $log_2 8 \in (log_2 5, log_2 9), 2 = log_2 4 < log_2 5 ; 4 = log_2 16 > log_2 9,$ $(log_2 5, log_2 9) \cap \mathbb{Z} = \{3\}$, Card $(log_2 5, log_2 9) \cap \mathbb{Z} = 1$	3p 2p
2.	$-\frac{2b}{2}=1 \Rightarrow b=-1$ $A(1,2) \in G_f \Rightarrow f(1)=2 \Rightarrow 1-2+3c=2 \Rightarrow c=1$	2p 3p
3.	$(x+1)=(x+1)^3 \Rightarrow (x+1)^3-(x+1)=0$ $\Rightarrow (x+1)\cdot(x+1-1)\cdot(x+1+1)=0 \Rightarrow x \in \{-1,0,-2\}$	2p 3p
4.	$f(2)=f(-2) \in \{1,2,3\}$ $3\cdot 3^3=81$	2p 3p
5.	$d(P,d_1)=\frac{\lvert -3a+1\rvert}{\sqrt{10}}, d(P,d_2)=\frac{\lvert a+2\rvert}{\sqrt{10}}$ $\lvert -3a+1\rvert=\lvert a+2\rvert \Rightarrow a \in \left\{-\frac{1}{4},\frac{3}{2}\right\}$	2p 3p

6.	$\sin x+\sqrt{3}\cdot\cos x=2\cdot\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)=2\cdot\left(\cos\frac{\pi}{3}\sin x+\sin\frac{\pi}{3}\cos x\right)$ $2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\le 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$\det A(m)=(m+2)\cdot(m-1)^2$ $m\in\{-2,1\}$	3p 2p
1.b)	Se verifică $A(-1)\cdot\frac{1}{2}A(0)=\frac{1}{2}A(0)\cdot A(-1)=I_3$ Finalizare	2p 3p
1.c)	$X=A^{-1}(-1)\cdot B=\frac{1}{2}A(0)\cdot B$ $X=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$\frac{1}{5}xa+3x+3a+30=a$ $\frac{a\cdot(x+10)}{5}=-3(x+10)\forall a\in\mathbb{Q}\Rightarrow a=-15$	2p 3p
2.b)	$x*y=\frac{1}{5}xy+3x+3y+30=\frac{1}{5}(x+15)(y+15)-15$ De exemplu $x=\frac{5}{2}\Rightarrow x*y=\frac{1}{5}\left(\frac{5}{2}+15\right)(y+15)-15=\frac{7}{2}(y+15)-15$, $y=\frac{1}{7}$ Orice combinație care să respecte cerința este corectă	2p 3p
2.c)	$f(xy)=5xy-15$ $f(x)*f(y)=(5x-15)*(5y-15)=\frac{25}{5}(x-3)\cdot(y-3)+15(x-3)+15(y-3)+30=$ $=5xy-15x-15y+45+15x-45+15y-45+30=5xy-15$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} \overset{\left[\frac{0}{0}\right]}{\overset{L'H}{=}} \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{x} = 1$ f(1)=1 , Finalizare	3p 2p
1.b)	$f'(1) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\frac{\ln x}{x-1}-1}{x-1}$ $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x - x + 1}{(x-1)^2} \overset{\left[\frac{0}{0}\right]}{\overset{L'H}{=}} \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\frac{1}{x}-1}{2(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{-1}{2x} = -\dfrac{1}{2} \in \mathbb{R}$	2p 3p
1.c)	$x \neq 1 \Rightarrow f'(x) = \dfrac{\frac{x-1}{x} - \ln x}{(x-1)^2}, (x-1)^2 > 0$ $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}, g(x) = \dfrac{x-1}{x} - \ln x, g'(x) = \dfrac{1-x}{x^2}$ g crescatoare pe (0,1) si descrescatoare daca x>1, g(1)=0 deci $g(x)<0, \forall x \in (0,\infty)\setminus\{1\} \Rightarrow f'(x)<0$, deci f descrescatoare	2p 3p
2.a)	$f(1) = \int_0^1 \dfrac{t}{t+1} dt$ $f(1) = \int_0^1 \left(1 - \dfrac{1}{t+1}\right) dt = t\Big\|_0^1 - \ln(t+1)\Big\|_0^1 = 1 - \ln 2$	2p 3p
2.b)	$f(x+1) + f(x) = \int_0^1 \dfrac{t^{x+1}}{t+1} dt + \int_0^1 \dfrac{t^x}{t+1} dt$ $\int_0^1 \dfrac{t^x(t+1)}{t+1} dt = \int_0^1 t^x dt = \dfrac{t^{x+1}}{x+1}\Big\|_0^1 = \dfrac{1}{x+1}$	2p 3p
2.c)	$t \in [0,1] \Rightarrow t+1 \in [1,2] \Rightarrow \dfrac{1}{t+1} \geq \dfrac{1}{2}$ $\dfrac{t^x}{t+1} \geq \dfrac{t^x}{2} \Rightarrow \int_0^1 \dfrac{t^x}{t+1} dt \geq \int_0^1 \dfrac{t^x}{2} dt \Rightarrow f(x) \geq \dfrac{1}{2} \dfrac{t^{x+1}}{x+1}\Big\|_0^1 = \dfrac{1}{2(x+1)}$	2p 3p