Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p **1.** Igazolja, hogy $9:\left(\frac{1}{2^3}-(-1)^3\right)=8$.

5p **2.** Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax-2$ függvény, ahol a valós szám. Igazolja, hogy ha az $A(1,3)$ pont az f függvény grafikus képének egy pontja, akkor a $B(-1,-7)$ pont is az f függvény grafikus képének egy pontja!

5p **3.** Oldja meg a valós számok halmazán az $5^{2x-5}=125$ egyenletet!

5p **4.** Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott n szám esetén a 3^{n-3} szám egynél kisebb legyen!

5p **5.** Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-2,4)$, $B(0,2)$, $C(1,3)$ és D pontok úgy, hogy az AB és a CD szakaszok felezőpontja megegyezik. Határozza meg a D pont koordinátáit!

5p **6.** Az $ABCD$ négyzet oldala 12 és legyen O az AC és BD egyenesek metszéspontja. Számítsa ki az AMC háromszög területét, tudva azt, hogy az M pont az OB szakasz felezőpontja!

II. FELADATSOR (30 pont)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x\circ y=x^3-x^2y-xy^2+y^3$ műveletet.

5p **1.** Igazolja, hogy $1\circ(-2)=-9$.

5p **2.** Igazolja, hogy $x\circ y=(x+y)(x-y)^2$, bármely x és y valós szám esetén!

5p **3.** Igazolja, hogy a „$\circ$” művelet kommutatív!

5p **4.** Igazolja, hogy $x\circ(-x)=0$, bármely x valós szám esetén!

5p **5.** Határozza meg az x valós számokat, amelyre $(2x)\circ x=24$.

5p **6.** Határozza meg m és n, $m>n$ természetes számokat, amelyre $m\circ n=9$.

III. FELADATSOR (30 pont)

Adott az $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ és a $B=\begin{pmatrix}a & 2\\ b & -3\end{pmatrix}$ mátrix, ahol a és b valós számok.

5p **1.** Igazolja, hogy $\det A=-1$.

5p **2.** Ha $a=3$ és $b=-1$, számítsa ki $3A-2B$.

5p **3.** Ha $a=-3$ és $b=2$, igazolja, hogy $A\cdot B=B\cdot A$.

5p **4.** Határozza meg a és b valós számokat, amelyre $B\cdot B=I_2$, ahol $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **5.** Igazolja, hogy $\det(A-B)\le -3$, bármely a és b nem nulla természetes szám esetén!

5p **6.** Igazolja, hogy ha az a szám 5-tel nagyobb, mint a b szám, akkor $\det(A\cdot B+B\cdot A)=0$.