

# Olimpiada Națională de Fizică

## Vaslui 2015

### Problema I

# Baraj

## A. Gravitație – PARADOXUL SATELIȚILOR

**a. Satelitul în atmosfera superioară.** Un satelit evoluează în jurul Pământului pe o orbită aproximativ circulară, cu viteza  $v$ . Modificarea orbitei satelitului este determinată de faptul că aerul din atmosfera superioară exercită asupra sa o forță de rezistență  $F_r = qv^\alpha$ , unde  $q$  este o constantă cunoscută.

Să se determine constanta  $\alpha$ , știind că raza orbitei satelitului variază foarte lent.

**b. Satelitul abandonat.** Un satelit abandonat pe o orbită circulară la altitudinea  $H_0 \ll R_0$ , unde  $R_0$  este raza Pământului, este frânat în păturile superioare ale atmosferei. Accelerația unghiulară a satelitului este  $\varepsilon$ .

Să se determine la ce altitudine se va afla satelitul după timpul  $t$ . Se cunoaște accelerația gravitațională terestră la sol,  $g_0$ .

**c. Satelit în atmosfera rarefiată.** Un satelit al Pământului, cu masa  $m$ , deplasându-se în atmosfera înaltă, pe o orbită circulară cu raza  $r$ , întâmpină o forță de rezistență  $F_r$  din partea aerului rarefiat.

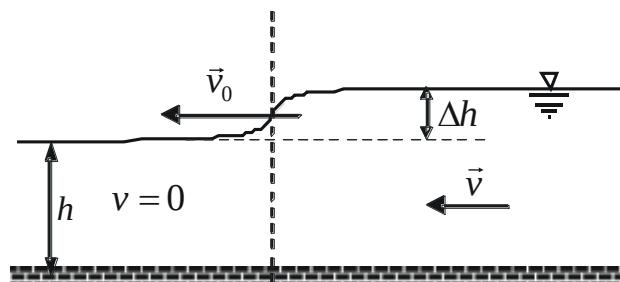
Să se determine variația vitezei satelitului după o rotație în jurul Pământului. Altitudinea orbitei satelitului se consideră mică în comparație cu raza Pământului. Se cunosc:  $M$  – masa Pământului;  $K$  – constanta atracției gravitaționale.

*Subiect propus de*  
**Prof. dr. Mihail SANDU, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești**

## B. Saltul hidraulic

Analizând curgerea apei în râuri sau în canale se poate observa un fenomen deosebit de interesant: zona în care curgerea apei este suficient de rapidă și adâncimea ei suficient de mică se termină cu apariția unei creșteri bruște a nivelului apei și cu scăderea vitezei ei de curgere (așa-numita curgere liniștită). Acest fenomen poartă numele de *salt hidraulic*. Pentru a modela saltul hidraulic se va considera curgerea apei printr-un canal cu profil dreptunghiular, cu lățimea constantă  $L$ , cu baza plană și orizontală. În canal se află o poartă verticală, care desparte canalul în două părți, în care apa are cote diferite.

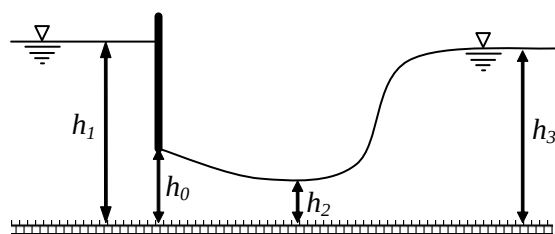
a) Apa din canal este în repaus. Prin ridicarea bruscă a porții se poate observa apariția unui val (a unei discontinuități) care se va propaga în apa staționară cu viteza  $v_0$ , în timp ce apa din amonte va avea o viteză  $v$ , semnificativ mai mică decât  $v_0$ , dar în același sens cu ea (v. Fig.). Dacă adâncimea apei din aval de poartă, aflată în repaus, este  $h$ , iar



1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

înălțimea valului este  $\Delta h$ , să se determine viteza  $v_0$  cu care se propagă valul. În cazul a două canale paralele în care se produc valuri cu înălțimi diferite, care se propagă mai repede, cel mai înalt sau cel mai puțin înalt?

- b) Atunci când poarta este ridicată, prin canal curge apă cu debitul volumic  $Q$ . Studiind dependența energiei  $e$  a unității de volum, scrie pentru o particulă de fluid de la suprafața apei, de adâncimea  $h$  a acesteia, să se determine expresia adâncimii minime a apei pentru care curgerea este liniștită și să se calculeze valoarea ei numerică.
- c) Dacă viteza de curgere a apei prin canalul cu poarta ridicată este  $v_1 = 6,0 \text{ m/s}$ , iar debitul volumic este  $Q$ , să se demonstreze că se produce un salt hidraulic și să se determine înălțimea acestuia, precum și creșterea de temperatură a apei din aval, dacă toată energia pierdută prin formarea saltului hidraulic s-ar disipa sub formă de căldură și aceasta ar fi folosită integral pentru încălzirea apei. Să se calculeze valorile numerice ale mărimilor obținute.
- d) Adâncimea apei în spatele porții este  $h_1 = 4,0 \text{ m}$ , iar poarta este ridicată parțial pe o distanță  $h_0$  (v. Fig.) și menținută acolo. Viteza apei în amonte de poartă este  $v_1 = 50 \text{ cm/s}$ , iar nivelul ei rămâne constant. Să se determine cotele  $h_2$  și  $h_3$  ale apei în amonte și în aval de locul în care se produce saltul hidraulic și să se calculeze valorile lor numerice.



Pentru toate calculele numerice, acolo unde nu se specifică alte valori, se vor considera:  $L = 6,0 \text{ m}$ , debitul volumic al apei prin canalul cu poarta ridicată  $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$ , accelerația gravitațională  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , densitatea apei  $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . și căldura specifică a apei  $c = 4,2 \text{ KJ/(kg} \cdot \text{K)}$ .

Observații:

- În cazul curgerii staționare a unui fluid ideal, legea conservării energiei unității de volum a fluidului (ecuația Bernoulli) se scrie  $p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.}$ , unde  $p$  este presiunea statică,  $\rho gh$  este presiunea de poziție, iar  $\frac{\rho v^2}{2}$  este presiunea dinamică.
- O ecuație algebrică neliniară sau transcendentă se poate rezolva prin metoda aproximațiilor succesive, scriind-o adecvat sub forma  $f(x) = g(x)$ , unde  $f(x)$  se alege ca o funcție liniară. Pentru a găsi punctul de intersecție a graficelor celor două funcții, adică soluția ecuației, se pornește cu o valoare particulară  $x_0$  și se calculează funcția neliniară  $g(x_0)$ . Apoi se rezolvă, pe rând, ecuațiile  $f(x_1) = g(x_0)$ ,  $f(x_2) = g(x_1)$  etc., până când  $x_n = x_{n-1}$ , cu același număr de cifre semnificative. În acest caz se spune că s-a realizat convergența, iar  $x_n$  astfel găsit reprezintă soluția ecuației inițiale.

Subiect propus de

Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU, Facultatea de Fizică, Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași

- Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
- Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

# Olimpiada Națională de Fizică

## Vaslui 2015

### Problema II

# Baraj

### Disocierea amoniacului

Un vas cilindric cu diametrul interior  $D = 6$  cm, care conține mercur, este conectat la un rezervor închis de volum  $V_1 = 35$  m<sup>3</sup> prin intermediul unui tub cilindric. Acesta este confecționat dintr-un material izolator termic, are diametrul interior  $d = 2$  cm, cel exterior  $d' = 2,5$  cm și lungimea  $L = 45$  cm, fiind scufundat parțial în mercur. Rezervorul conține  $m_1 = 1$  kg hidrogen, iar în tub se află  $m_2 = 60$  mg amoniac, cele două fiind separate printr-o membrană semipermeabilă care permite doar trecerea hidrogenului. Membrana poate fi obturată printr-un perete termoconductor subțire. Inițial, membrana este obturată, nivelul mercurului în tub și în vas este același, iar temperatura întregului sistem este  $T_0 = 298$  K.

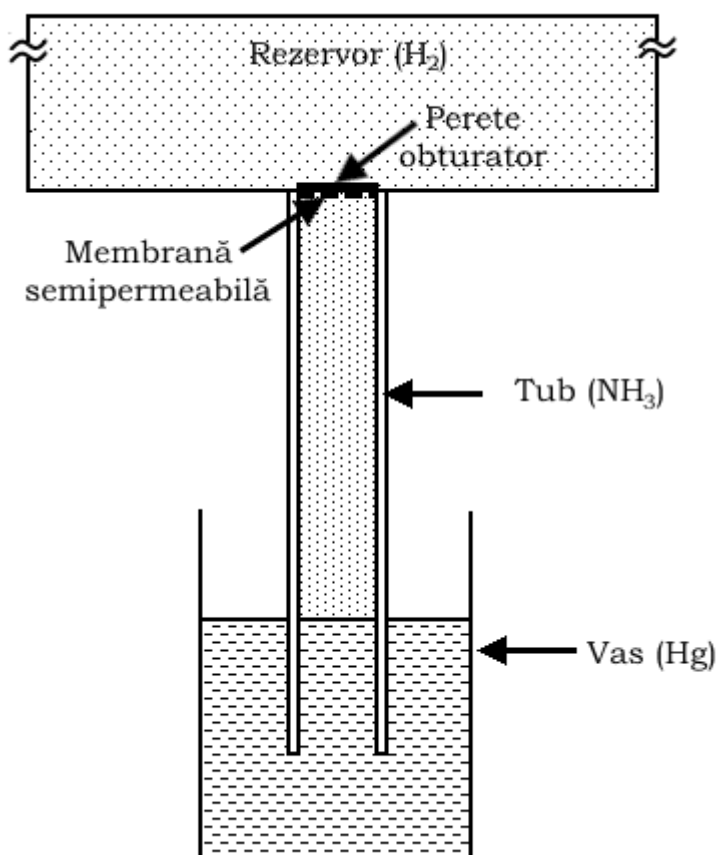
Amoniacul din tub poate fi descompus parțial în azot și hidrogen prin intermediul unor descărcări electrice obținute între niște electrozi subțiri care nu apar în figură. La fiecare descărcare se descompune o fracțiune  $f = 10\%$  din cantitatea de amoniac prezentă în tub la momentul respectiv, fără a se modifica temperatura sistemului.

a) Se îndepărtează peretele termoconductor care obturează membrana semipermeabilă. Care va fi valoarea diferenței  $H$  de înălțime dintre nivelul mercurului în exteriorul și în interiorul tubului, la stabilirea echilibrului termodinamic?

b) În continuare, se realizează o serie de descărcări electrice în tub. Este posibil ca nivelul mercurului din interiorul tubului să devină mai ridicat decât cel din afara sa? Dacă da, după câte descărcări? Dacă nu, argumentați cu formule.

c) Se readuce dispozitivul în starea inițială. De data aceasta, membrana rămâne obturată. Se fac  $n = 5$  descărcări, după care se încălzește rezervorul cu hidrogen la temperatura  $T_1 = 320$  K. La echilibru termodinamic, temperatura gazului din tub variază liniar cu înălțimea între valorile  $T_1$  și  $T_0$ . Care este valoarea presiunii totale a amestecului de gaze din tub?

Se consideră cunoscute: presiunea mediului ambiant:  $p_0 = 101325$  Pa, masele molare ale gazelor:  $\mu_{NH_3} = 17$  g/mol,  $\mu_{H_2} = 2$  g/mol,  $\mu_{N_2} = 28$  g/mol, densitatea mercurului:  $\rho = 13600$  kg/m<sup>3</sup>, accelerația gravitațională:  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>, constanta universală a gazelor:  $R = 8,314$  J/(mol · K).



Problemă propusă de

**Asist. univ. dr. Gabriel PASCU**, Facultatea de Fizică, Universitatea de Vest din Timișoara  
**Lect. univ. dr. Adrian NECULAE**, Facultatea de Fizică, Universitatea de Vest din Timișoara

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

# Olimpiada Națională de Fizică Vaslui 2015 Problema III

Pagina 1 din 1

# Baraj

## Inductanță inerțială și indice de refracție negativ

Orice conductor cilindric are o anumită inductanță. Calcularea acestei inductanțe ridică unele probleme matematice. Totuși, ca ordin de mărime, aceasta poate fi estimată folosind un model ajutător.

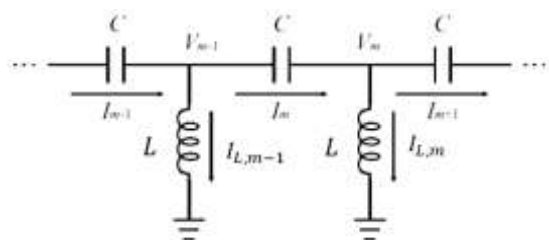
- a) Fie un conductor cilindric infinit lung, cu raza  $R$ . Curentul electric este uniform distribuit în interiorul conductorului iar direcția sa este perpendiculară pe secțiunea transversală a conductorului. Pe suprafața cilindrului se află un strat subțire conductor, izolat de conductor, prin care trece curent în sens contrar. Calculează inductanța unității de lungime,  $L'$ , a acestui sistem. Precizează utilitatea modelului pentru estimarea inductanței conductorului.

Pentru restul problemei consideră că nu există pătura din modelul de la punctul (a).

Într-un conductor real, electronii (cu masa  $m$ ), dirijați de câmpuri electrice externe, se ciocnesc constant cu defectele de rețea și cu impuritățile din conductor. Efectul mediat al acestor ciocniri este ca o forță de vâscozitate  $\vec{f}_c = -m\vec{v}/\tau$ , unde  $\tau$  este un parametru constant, numit *timp de ciocnire*.

- b) Scrie legea doua a dinamicii care permite aflarea vitezei unui electron. Ignoră interacțiunile electron-electron.
- c) Considerând că  $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \sin \omega t$ , exprimă viteza unui electron. *Notă:* este convenabil să folosești forma complexă  $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ . Poți folosi  $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ .
- d) Presupunând că numărul de electroni din unitatea de volum în conductor este  $n$ , exprimă densitatea de curent  $J$ .
- e) Pentru un conductor cilindric (cu lungimea  $D$  și raza  $r$ ) află relația dintre tensiunea dintre capetele sale și intensitatea curentului electric. Inductanța conductorului (de tip Faraday, estimată la punctul a) poate fi ignorată.
- f) În rezultatul de la punctul anterior identifică termenul de tip rezistență și termenul de tip inductanță  $L_i$ . Inductanța  $L_i$  se numește inductanță inerțială (nu este datorată legii lui Faraday).
- g) Rezistența unei lungimi de  $1,0 \mu m$  din sârma metalică are valoarea de  $1,0 \Omega$  iar  $\tau = 2,0 \cdot 10^{-9} s$  la temperaturi joase; află valoarea lui  $L_i$  și compară valoarea cu inductanța datorată efectului Faraday. Care este mai mare? Justifică presupunerea de la punctul anterior.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$

Pentru o undă  $A = A_0 \cos(kx - \omega t)$ , unde  $\omega = ck$ ,  $c$  este viteza undei. Pentru materiale obișnuite viteza  $c$  este aproape constantă astfel încât  $k$  crește cu creșterea lui  $\omega$ . Totuși, pentru anumite materiale artificiale,  $c$  depinde puternic de  $\omega$  astfel încât  $k$  descrește cu creșterea lui  $\omega$ . Un astfel de fenomen este numit *refracție negativă*. (Este precum am avea o valoare negativă a indicelui de refracție!) Să considerăm un lanț infinit de lung de bobine și condensatori așa cum se vede în figura alăturată. Lungimea fiecărei celule  $LC$  este  $a$ .



- h) Scrie ecuația diferențială care leagă  $V_{m-1}(t)$ ,  $V_m(t)$  și  $V_{m+1}(t)$ .
- i) Presupune că ecuația găsită admite o soluție de tip undă  $V_m(t) = V_0 e^{i(\omega t - mka)}$ . Află relația dintre  $\omega$  și  $k$ .
- j) Implică rezultatul anterior refracție negativă?

Problemă propusă de

Prof. dr. Constantin COREGA, CN Emil Racoviță, Cluj - Napoca

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

# Olimpiada Națională de Fizică

## Vaslui 2015

### Problema IV (Optică)

# Baraj

## Interferență și polarizare

1. Se consideră dispozitivul interferențial din figură, în care se cunoaște distanța  $d$  dintre fantele  $S_1$  și  $S_2$ , precum și distanța  $D$  de la paravanul opac cu fante până la ecranul  $S$ . Fasciculele 1 și 2 sunt monocromatice ( $\lambda$  cunoscut) și coerente. Le considerăm liniar polarizate la abscisa  $z = 0$ , cu câmpul electric având doar componentele

$$\vec{E}_1 = \vec{1}_x E_0 \cos(\omega t) \text{ și } \vec{E}_2 = \vec{1}_x E_0 \cos(\omega t). \quad (1)$$

Aici  $\vec{1}_x$  este versorul axei  $x$  (perpendiculară pe planul desenului).

Determinați expresia  $I(\theta)$  a intensității luminii pe ecran, în direcția indicată de unghiul  $\theta$ , în funcție de  $\theta, d, E_0, \omega$  și  $c$ , precum și media sa în timp  $\langle I(\theta) \rangle$ . Atenuarea fasciculelor luminoase în timpul propagării se neglijează.

2. O lamă perfect transparentă, cu grosimea  $w$  și cu indicele de refracție  $\mu$ , se așează transversal în drumul fasciculului 1, după fanta  $S_1$ . Care va fi expresia lui  $\langle I(\theta) \rangle$  în această nouă situație?

3. În drumul fasciculului 1, înainte de fanta  $S_1$ , se introduce o lamă sfert de undă (QWP), scoțându-se însă lamela din spatele acestei fante. Lama QWP reușește să schimbe starea de polarizare a acestui fascicul de la polarizarea liniară  $\vec{E}_1 = \vec{1}_x E_0 \cos(\omega t)$  la polarizarea circulară

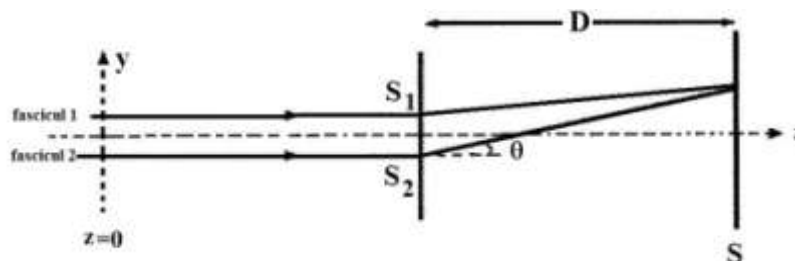
$$\vec{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} [\vec{1}_x \cos(\omega t) + \vec{1}_y \sin(\omega t)] \quad (2)$$

Presupuneți că lama QWP nu introduce nici-o diferență suplimentară de fază și că e perfect transparentă. Acum, în proiecție pe planul  $xOy$ , vârful vectorului  $\vec{E}_1$  descrie un cerc (de aici denumirea de undă circular-polarizată). Considerați că unghiul  $\theta$  este suficient de mic și că intensitatea de la fanta  $S_1$  nu depinde de  $\theta$  nici pentru componenta de pe direcția  $\vec{1}_y$ .

3.a). Care este acum expresia lui  $\langle I(\theta) \rangle$ ?

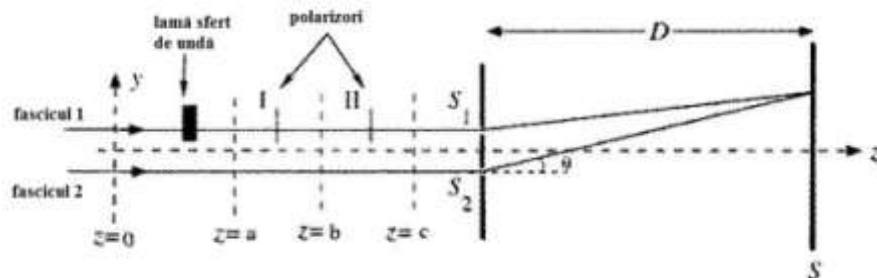
3.b). Care este valoarea maximă a acestei intensități  $\langle I(\theta) \rangle_{\max}$ ?

3.c). Care este valoarea minimă a acestei intensități  $\langle I(\theta) \rangle_{\min}$ ?



1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

4. Considerăm acum un nou experiment, anume cel schițat în figura de mai jos. Pe traiectul fasciculului 1 este prezentă lama sfert de undă (QWP) descrisă la punctul precedent, un polarizor liniar I, plasat între  $z = a$  și  $z = b$ , care transmite mai departe doar componenta pe axa



$\vec{1}'_x = \vec{1}_x \cos \gamma + \vec{1}_y \sin \gamma$  a câmpului electric, și un alt polarizor II, plasat între  $z = b$  și  $z = c$ , care readuce polarizarea undei pe direcția  $\vec{1}_x$ . Considerând că polarizorii I și II sunt perfect transparenți și că ei nu introduc nici-o diferență suplimentară de fază:

4.1). Scrieți expresia lui  $\vec{E}_1(z = b)$ ;

4.2). Scrieți expresia lui  $\vec{E}_1(z = c)$ ;

4.3). Aflați diferența de fază între fasciculele 1 și 2 la nivelul fantelor ( $\alpha = ?$ )

*Problemă propusă de*

**Prof. univ. dr. Florea ULIU, Universitatea din Craiova**

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

*Olimpiada Națională de Fizică  
Vaslui 2015  
Proba de baraj*

*Baraj*

**Problema a V-a (10 puncte)**

**Energii în solide**

Solidele sunt cel mai adesea cristale. Un cristal este o structură de ioni, atomi sau molecule, dispuse în spațiu astfel încât să respecte simetria de translație pe trei direcții independente. Legăturile de natură electrică dintre constituenții solidului sunt caracterizate de energii care, macroscopic, determină caracteristicile termice ale materialului – căldura specifică sau căldura latentă.

Imaginează-ți un cristal ionic unidimensional, ca pe un șir infinit de ioni alternativ pozitivi  $+q$  și negativi  $-q$ , aflați în poziții fixe separate prin distanțe egale cu  $a$ .

**a.** Determină expresia energiei potențiale de interacțiune electrostatică dintre un ion și toți ceilalți ioni din șirul infinit. Calculează valoarea acestei energii pentru cazul în care  $q = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$  și  $a = 5 \times 10^{-10} \text{ m}$ . Permitivitatea electrică a vidului este  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ .

La metale, cristalul este format din atomi, cufundați într-o „baie” alcătuită din electronii pe care atomii îi pun în comun. Acești electroni delocalizați sunt liberi în interiorul metalului și sunt adesea tratați ca un „gaz electronic”, similar cu gazul ideal. Pentru electronii din gazul electronic se presupune validă echipartiția energiei.

La echilibru termic energia medie a electronilor depinde de temperatura  $T$ . Prin urmare, electronii au o contribuție la căldura specifică a materialului. Dacă energia medie a unui electron din gazul electronic este notată cu  $\bar{E}$ , atunci se poate defini  $c_v$  - o contribuție a fiecărui electron la căldura specifică la volum constant a gazului electronic prin relația

$$c_v = \frac{d\bar{E}}{dT} \quad (1)$$

**b.** Demonstrează că, în modelul gazului electronic similar gazului ideal, căldura specifică electronică este independentă de temperatură. Determină valoarea acestei călduri specifice. Constanta lui Boltzmann este  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Modelarea clasică a căldurii specifice electronice s-a dovedit neadecvată. Măsurarea experimentală a căldurii specifice datorate electronilor de conducție din metal arată că aceasta depinde de temperatură și că valoarea sa este cu două ordine de mărime mai mică decât valoarea prezisă prin aplicarea modelului gazului ideal. În realitate gazul electronic este parțial condensat, electronii ocupând de jos în sus stările energetice disponibile, astfel încât numai electronii de pe nivele ocupate cele mai de sus pot excitați cu ușurință.

În calculul corect al energiei totale a electronilor trebuie avut în vedere că aceștia au la dispoziție numai anumite nivele energetice. Aceste nivele disponibile pot fi ocupate sau nu. Energia totală a electronilor din cristal se obține prin sumarea energiilor pe care le au electronii din stările ocupate. Explicația nepotrivirii dintre valoarea experimentală și valoarea prezisă teoretic este legată de faptul că electronii se supun unei statistici cuantice și nu statisticii clasice, utilizate în modelarea anterioară.

*Olimpiada Națională de Fizică  
Vaslui 2015  
Proba de baraj*

*Baraj*

Conform teoriei cuantice pentru metale, densitatea de stări  $g$  pentru electronii de conducție (numărul de stări energetice ale electronilor, disponibile pe unitatea de volum și pe unitatea de energie) este proporțională cu radicalul energiei electronului. În domeniul de energie  $dE$ , numărul de stări pentru un metal cu volumul  $V$  are expresia

$$dg = C \cdot V \cdot dE \quad (2)$$

unde  $C$  este o constantă de normare.

Probabilitatea  $f(E)$  ca o stare de energie  $E$  să fie ocupată este dată de relația

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-F}{k_B \cdot T}}} \quad (3)$$

În expresie,  $T$  este temperatura absolută, iar  $F$  este o energie constantă numită nivel Fermi. Valorile tipice ale energiei Fermi sunt de câțiva electron volți ( $1\text{eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$ ).

**c.** Pentru  $T \cong 0\text{K}$  și  $F = 1\text{eV}$  reprezintă grafic funcția  $f(E)$  în domeniul  $E \in (0 \div 2F)$ . Explică semnificația nivelului Fermi la această temperatură.

**d.** Calculează valoarea raportului  $\frac{k_B \cdot T}{F}$  pentru  $T = 300\text{K}$  și  $F = 1\text{eV}$ . Schițează graficul dependenței  $f(E)$  și explică semnificația nivelului Fermi la această temperatură.

**e.** În calculele care urmează consideră că poți reprezenta aproximativ funcția de distribuție  $f(E)$ , ca pe un ansamblu de trei drepte după cum urmează

$$f(E) = \begin{cases} 1 & , E \leq F - k_B \cdot T \\ -\alpha \cdot E + \beta & , F - k_B \cdot T < E < F + k_B \cdot T \\ 0 & , E \geq F + k_B \cdot T \end{cases} \quad (4)$$

Calculează valorile constantelor pozitive  $\alpha$  și  $\beta$ . Ținând seama de relațiile (1) și (2), deduc expresia căldurii specifice  $c_V$ , pentru temperaturi  $T \ll F/k_B$ .

**f.** Compară mărimea căldurii specifice electronice determinate la punctul e. cu aceea calculată în condițiile echipartiției energiei pentru electroni. Comentează rezultatul.

*Dacă îți este necesară, poți folosi identitatea dintre o funcție și seria sa Taylor atașată*

$$f(x) = f(0) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{i!} \cdot f^{(i)}(0), \text{ unde } f^{(i)}(0) \text{ este derivata de ordinul } i \text{ a funcției } f(x) \text{ în punctul zero.}$$

*Aplică eventual formula Taylor, funcției  $f(x) = \ln(1+x)$ .*

© Subiect propus de:

Prof. dr. DAVIDESCU Delia

Conf. Univ. dr. DAFINEI Adrian