

1. Descrierea soluției - prof.Constantin Gălățan (sursa cercct.cpp - 100p)

Cercurile situate cu centrele pe o aceeași dreaptă determină un șir de intervale închise. Se rețin coordonatele centrelor cercurilor în două șiruri x și y de numere reale. Se sortează cercurile crescător după unghiul pe care îl fac cu axa Ox , iar pentru unghiuri egale, se sortează crescător după capetele din dreapta ale intervalelor. Apoi, pentru fiecare dreaptă distinctă (corespunzătoare unei secvențe consecutive în tablourile x și y), se aplică o metodă de tip greedy asemănătoare problemei spectacolelor. Complexitate $O(n \cdot \log n)$.

2. Descrierea soluției - drd.Pățaș Csaba (sursa cerc.pas- 100p)

Două cercuri vor avea centrul pe aceeași dreaptă, dacă tangenta unghiului față de Ox a dreptelor determinate de origine și centrul cercurilor este egală. Pentru a evita problemele cu precizia numerelor reale, vom reține tangentele în forma unor fracții ireducibile. Determinarea dreptelor se poate face în timp $O(m \cdot n)$.

Dacă pentru fiecare dreaptă considerăm numai punctele de intersecție cu cercurile a căror centru se află pe dreaptă, problema devine echivalentă cu determinarea unui set independent maximal de intervale, numit și problema spectacolelor: sortăm intervalele crescător după capătul din dreapta, după care printr-o parcurgere a șirului sortat determinăm soluția. Complexitatea acestui pas depinde de complexitatea sortării, deci se poate face cu ușurință în $O(n \cdot \log n)$ folosind un algoritm clasic de sortare, cum ar fi QuickSort. Deoarece acest pas se repetă pentru fiecare dreaptă în parte, complexitatea totală va fi $O(m \cdot n \cdot \log n)$.

3. Descrierea soluției - prof.Carmen Mincă

(sursele cerc_c.cpp, cerc_p.pas, cerc100.cpp cerc_g.cpp - 100p)

Se pot construi soluții cu complexitate $O(n \cdot n)$ sau $O(n \cdot \log n)$, aplicând metoda programării dinamice sau metoda Greedy.

O soluție obținută prin aplicarea metoda programării dinamice, metoda înainte, poate utiliza un tablou c unidimensional de tip înregistrare declarat astfel:

```
struct cerc {int x,y,r,d,e;} c[500];
```

pentru a memora în $c[k]$ ($k=1, 2, \dots, n$) toate informațiile referitoare la cercul k (coordonatele x și y , raza r). Câmpul d al structurii va memora numărul dreptei, dintre cele m , care trece prin centrul cercului k . Câmpul e va memora numărul cercurilor cu centrele pe dreapta d , exterioare două câte două, și cu abscisa centrului mai mare decât abscisa cercului k .

Se poate utiliza un tablou unidimensional de tip întreg v în care $v[k]$ va memora numărul cercurilor ale căror centre sunt situate pe dreapta k și sunt exterioare două câte două. Numărul valorilor distincte din tabloul v este egal cu numărul m de drepte distincte cerute.

Se sortează tabloul c , crescător după valorile câmpului x (abscisele centrelor cercurilor) și după tangenta unghiului dintre axa Ox și dreapta care trece prin O și centrele cercurilor prin Qsort.

Plecând de la primul cerc, stabilim care dintre cercurile memorate în c la dreapta celui curent, au centru situat pe dreapta care trece prin centrul primului cerc. Două cercuri, de raze r_1 respectiv r_2 , au centrele (x_1, y_1) și (x_2, y_2) situate pe aceeași dreaptă d care trece prin punctul O dacă este satisfăcută relația:

$$y_2 = \frac{y_1}{x_1} \cdot x_2 \Leftrightarrow y_2 \cdot x_1 = y_1 \cdot x_2$$

Pentru toate aceste cercuri se va memora în câmpul d același număr care reprezintă numărul dreptei curente (pentru primul cerc, numărul este 1). Se procedează analog pentru toate cercurile care nu au inițializat câmpul d . La final, fiecare $c[k].d$ va memora un număr natural nenul cel mult egal cu m .

Două cercuri, cu centrele (x_1, y_1) și (x_2, y_2) , și razele r_1 , respectiv r_2 , sunt exterioare dacă este satisfăcută relația: $\text{dist}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) > r_1 + r_2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 > (r_1 + r_2)^2$

Începând cu penultimul cerc, se determină pentru fiecare cerc i numărul maxim al cercurilor j ($j > i$) cu centrele pe dreapta d care conține și centrul cercului i și sunt exterioare două câte două. Acest număr se va memora în $c[i].e$ (inițial $c[i].e=1$, $i=1, 2, \dots, n$):

Cel mai mare număr memorat în câmpul e al tabloului c reprezintă numărul q maxim de cercuri exterioare două câte două ale căror centre aparțin aceleiași drepte care trece prin punctul O . Numărul

Problema cerc - autor prof.Carmen Mincă (Liceul “Ion Neculce”, București)

componentelor tabloului `c` care memorează în câmpul `e` valoarea `q` reprezintă numărul `p` al dreptelor care conțin centrele a câte `q` cercuri exterioare două câte două. (sursele `cerc_c.cpp` și `cerc_p.pas` obțin 100p).

O altă soluție se poate obține reducând cercurile la intervalele închise rezultate prin intersectarea cercurilor cu dreptele pe care se află centrele lor, obținându-se pentru fiecare dreaptă un șir de intervale închise. Problema se reduce la a determina numărul maxim de intervale disjuncte două câte două pentru fiecare dreaptă. Cu o abordare gen “problema subșirului maximal”, se obține punctajul maxim (sursa `cerc100.cpp`). O determinare prin Greedy, abordare gen “problema spectacolelor”, obține punctajul maxim (sursa `cerc_g.cpp`).