



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE DIN ROMÂNIA



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Națională, Vaslui, 10 mai 2024

CLASA a V-a – Subiecte

Problema 1. Vom spune despre o fracție zecimală periodică simplă f că are *lungimea redusă* n (unde n este un număr natural nenul) dacă perioada sa are n cifre și f nu poate să fie reprezentată ca fracție zecimală periodică simplă cu o perioadă cu mai puține cifre. De exemplu, $0,(223)$ are lungimea redusă 3, iar $0,(2323)$ are lungimea redusă 2, deoarece $0,(2323) = 0,(23)$.

- Arătați că $f = 0,(2) \cdot 0,(3)$ este fracție periodică simplă de lungime redusă 3.
- Există două fracții periodice simple de lungime redusă 1, al căror produs să fie o fracție periodică simplă de lungime redusă 1?
- Există două fracții periodice simple de lungime redusă 3, al căror produs să fie o fracție periodică simplă de lungime redusă 3?

Problema 2. Fie $n \geq 2$ un număr natural. Considerăm numerele $A = 33 \dots 3$, cu n cifre 3 și $B = 20 \cdot A + 6$. Determinați cifrele care apar în scrierea zecimală a numărului $A \cdot B$.

Problema 3. Determinați perechile de numere naturale nenule a și b care verifică relația $a^{4 \cdot a} = b^b$.

Problema 4. Fie n un număr natural nenul. Vom spune că o tablă $n \times n$ este *specială* dacă:

- în fiecare căsuță a tablei este pus un număr natural impar, de două cifre;
- numerele de pe tablă sunt diferite două câte două;
- produsul numerelor de pe fiecare linie și produsul numerelor de pe fiecare coloană este pătrat perfect.

Arătați că cea mai mare valoare a lui n pentru care există o tablă specială este 4.