



Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2011. március 12.

VII. OSZTÁLY

1. feladat. Adott egy 60 egység oldalú négyzet. Igazold, hogy akárhogyan veszünk fel 121 különböző pontot a négyzet belsejében, van köztük három, amelyek által meghatározott háromszög területe legfeljebb 30.

2. feladat. Az $ABCD$ egyenlőszárú trapéz átlói merőlegesek egymásra. Az átlók metszéspontján át párhuzamost húzunk az alapokkal, amely a $[BC]$ és $[AD]$ nem párhuzamos oldalakat a P illetve R pontokban metszi. A P pont szimmetrikusa a $[BC]$ szakasz felezőpontjára nézve a Q pont.

Bizonyítsd be, hogy:

- a) $QR = AD$;
- b) $QR \perp AD$.

3. feladat. a) Igazold, hogy egy négyzetszám 3-mal való osztási maradéka 0 vagy 1.

b) Az N természetes szám tízes számrendszerbeli felírása csak az 1, 2, 3, 4, 5, 6 vagy 7 számjegyeket tartalmazza. Az N szám felírásában az i számjegyből a_i darab van, ahol $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Ha $a_i = 4i$, bármely $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ esetén, igazold, hogy N nem négyzetszám!

4. feladat. Határozd meg az

$$M = \left\{ x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{n}{2} + \frac{m}{5}, m, n \in \{0, 1, 2, \dots, 100\} \right\}.$$

halmaz elemeinek összegét!

*Munkaidő 3 óra + 30 perc kérdésekre.
Minden feladatra 7 pont szerezhető.*