

Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Finală, Târgu Mureș, 20 aprilie 2016

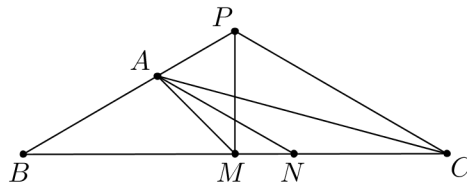
CLASA a VII-a

Problema 1. Determinați numerele naturale n pentru care numărul

$$\sqrt{n+3} + \sqrt{n + \sqrt{n+3}}$$

este natural.

Problema 2. Se consideră triunghiul ABC , în care $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$, $m(\sphericalangle C) = 15^\circ$, iar M este mijlocul laturii $[BC]$. Fie punctul $N \in (BC)$ astfel încât $[NC] \equiv [AB]$. Arătați că $[AN]$ este bisectoarea unghiului MAC .



Problema 3. Determinați numerele naturale p cu proprietatea că suma primelor p numere naturale nenule este un număr natural de patru cifre având descompunerea în factori primi $2^m \cdot 3^n \cdot (m+n)$, unde $m, n \in \mathbb{N}^*$.

Problema 4. Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel ABC , cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și punctul $M \in (BC)$ astfel încât $m(\sphericalangle AMB) = 75^\circ$. Pe bisectoarea interioară a unghiului MAC se ia un punct F astfel încât $BF = AB$. Arătați că:

- dreptele AM și BF sunt perpendiculare;
- triunghiul CFM este isoscel.

