



Problema 1 - Puteri- Descrierea soluției

Autor: stud. Cosmin-Mihai Tutunaru
Universitatea “Babeș Bolyai” Cluj

Fie următoarele observații:

- Fie $f(x)$ o funcție care calculează răspunsul pentru intervalul $[1, x]$
- Răspunsul pentru un interval $[x, y]$ este $f(y) - f(x-1)$
- Cel mai mare exponent B care ar putea fi este 60, deoarece $2^{60} > 10^{18}$

Acum trebuie să vedem cum putem calcula $f(x)$. Folosindu-ne de ultima observație, putem să calculăm răspunsul pentru fiecare B în parte. Răspunsul este evident partea întreagă a radicalului de ordinul B din x , radical ce poate fi calculat fără probleme cu o căutare binară (trebuie acordată mare atenție la înmulțiri, deoarece rezultatul produsului poate depăși 10^{18}).

Folosind această tactică numărăm unele numere de mai multe ori (ex: 2^4 și 4^2 , care ambele sunt 16). Pentru a evita acest lucru are sens să numărăm doar pentru acele valori B care sunt prime, astfel numărul 16 ar fi numărat doar ca 4^2 .

În continuare avem unele numere pe care le numărăm de mai multe ori: 8^2 și 4^3 . Putem evita acest lucru eliminând aceste baze care sunt la rândul lor puteri, dar cu un exponent strict mai mic. Astfel am număra $(2^3)^2$, dar nu am număra $(2^2)^3$.

Cumulând toate aceste observații, putem transforma funcția $f(x)$ în $f(x, e)$ care returnează răspunsul pentru intervalul $[1, x]$ cu restricția că $B < e$, iar un algoritm pseudocod ar fi următorul:

$f(x, e) =$

- $ret = 1$ # îl numărăm mereu pe 1
- pentru k de la 2 la $e-1$
 - dacă k este număr prim
 - $r =$ radical de ordinul k din x
 - dacă $r > 1$ # există cel puțin 2 numere
 - $ret = ret + r$
 - $ret = ret - f(r, k)$ # eliminăm bazele care la rândul lor sunt puteri
- return ret

Complexitate: $O(T * \log(Y)^3)$.

Președinte,
Radu Eugen Boriga

Vicepreședinte
subcomisie clasa a X-a,
Zoltan Szabo