



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2024

CLASA a VI-a

Problema 1. Determinați numerele naturale x, y, z pentru care are loc relația

$$2^x - 2^y - 2^z = 1023.$$

Problema 2. a) Arătați că numerele $12n + 13$ și $13n + 14$ sunt prime între ele, pentru orice număr natural n .

b) Determinați numărul perechilor (a, b) de numere naturale pentru care există un număr natural n astfel încât $\frac{a}{b} = \frac{12n + 13}{13n + 14}$ și $17a + 19b < 2024$.

Gazeta Matematică

Problema 3. Spunem că numerele naturale nenule m și n au proprietatea P dacă pentru orice divizor d_1 al lui m și orice divizor d_2 al lui n , numărul $d_1 + d_2$ este prim.

a) Arătați că dacă m și n au proprietatea P și sunt diferite, atunci numărul $m + n$ este impar.

b) Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m \leq n$, care au proprietatea P .

Problema 4. Se consideră triunghiul ABC cu $\angle BAC = 54^\circ$ și $\angle ACB = 45^\circ$. Fie punctele D pe segmentul BC și E pe segmentul AD astfel încât $AD = AB$ și $BE = BD$. Notăm cu F intersecția dintre BE și AC , și fie DM bisectoarea unghiului $\angle ADF$, unde $M \in AC$. Perpendiculara dusă din C pe AB intersectează DM în G .

Arătați că:

a) triunghiul ABF este isoscel;

b) $CG = CM$.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.