



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 16 martie 2019

CLASA a VI-a – subiecte

Problema 1. În jurul punctului O se consideră unghiurile $\widehat{A_0OA_1} = 1^\circ$, $\widehat{A_1OA_2} = 2^\circ$, $\widehat{A_2OA_3} = 3^\circ, \dots, \widehat{A_{25}OA_{26}} = 26^\circ$ și $\widehat{A_{26}OA_0}$.

- Determinați măsura unghiului $\widehat{A_{26}OA_0}$.
- Pentru câte valori ale numărului natural n , $1 \leq n \leq 25$, avem $\widehat{A_0OA_n} > \widehat{A_0OA_{n+1}}$?

Gazeta Matematică

Problema 2. O mulțime M de numere întregi are proprietățile:

- 1 este element al lui M ;
- dacă x și y sunt elemente ale lui M , atunci $2x + 3y$ este element al lui M ;
- dacă x, y sunt numere întregi și $4x - 3y$ este element al lui M , atunci $x \cdot y$ este element al lui M .

Arătați că mulțimea M conține numerele 2, 3, 4, 5 și 2019.

Problema 3. Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$.

- Dați exemplu de submulțime B cu 11 elemente, a mulțimii A , având proprietatea: *oricum am lua două elemente din B , cel mai mare divizor comun al lor este cel puțin 9.*
- Arătați că, oricum am alege o submulțime C cu 11 elemente, a mulțimii A , există două elemente distincte din C al căror cel mai mare divizor comun este cel mult 9.

Problema 4. O mulțime va fi numită *interesantă* dacă elementele ei sunt numere prime și este îndeplinită condiția:

oricum am alege trei elemente distincte ale mulțimii, suma numerelor alese este număr prim.

Determinați care este numărul maxim de elemente pe care le are o mulțime interesantă.