

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ – 11 MARTIE 2006**

CLASA A V-A

1. Se consideră numărul $A = \overline{111lablab\dots lablab011110}$, scris în baza 10, cu un număr total de 2006 cifre. Să se arate că numărul A este multiplu de 11.

Problemă propusă de prof. Rodica și Dumitru Bălan

2. Se consideră șirul de numere naturale 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ... , unde fiecare număr natural nenul n apare de n ori.

- a) Să se determine al 2006-lea număr care apare în acest șir.
- b) Notând cu S suma primelor 2006 numere din acest șir, să se studieze dacă S+3 poate fi pătrat perfect.

Problemă selectată și prelucrată de prof. Laura Marin

3. Pentru a și b numere naturale, $a < b$, se consideră mulțimea $M(a, b) = \{x \in \mathbb{N} / a \leq x \leq b\}$ și se notează cu $\text{card}(a, b)$ numărul elementelor mulțimii M(a, b). Dacă $S = \text{card}(1, 2) + \text{card}(2, 4) + \text{card}(3, 6) + \dots + \text{card}(1003, 2006)$, să se arate că S este multiplu de 17.

Problemă propusă de prof. Viorel Ion

4. Să se arate că, pentru orice număr natural $n \geq 1$, există un număr natural scris în baza 10 doar cu cifrele 5 și 0, care să fie multiplu de n.

* * *

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.
Timp de lucru 3 ore.