

I.A. Földrengés és . . .

Két különböző közet határfelületén egy beeső szeizmikus hullám egy megtört (továbbított) és egy visszavert hullámra bomlik fel. A „visszaverődés módszere” egy közettani vizsgálati módszer, amelyik a szeizmikus hullámok viselkedését használja fel a közetrétegek határfelületén.

A jelen feladat azt tűzi ki célul, hogy vizsgálj meg, hogy lehet meghatározni egy közetréteg elhelyezkedését a föld belsejében, melynek a felső felülete ferdén helyezkedik el a föld sík és vízszintesnek tekintett felületéhez képest. A mellékelt ábrán az RQ egyenes a föld felületét, míg az AB egyenes a közet felületét ábrázolja, függőleges metszetben. A Föld felszínén található S pontban történő robbanás által létrehozott szeizmikus hullámokat két, az R és Q pontokban elhelyezett detektorok érzékelik. Az R és Q pontok egyenlő, $a = 100\text{ m}$, távolságra helyezkednek el az S ponttól. Feltételezzük, hogy az R, S és Q pontok egy síkban találhatók és ez a sík merőleges a föld felszíne és a közetréteg felső határfelülete által meghatározott lapszög élére. Ha a robbanás t_0 időpillanatban történik az egyik detektor $t_1 = t_0 + 0,025\text{ s}$ időpillanatban egy szeizmikus jelet észlel és a másikat $t_2 = (t_0 + \sqrt{3}/40)\text{ s} \approx t_0 + 0,043\text{ s}$ időpillanatban észleli. A második detektor két jelet érzékel a $t_1 = t_0 + 0,025\text{ s}$ és $t_2' = (t_0 + \sqrt{7}/40)\text{ s} \approx t_0 + 0,066\text{ s}$ időpillanatokban. Határozd meg:

- a robbanás hely és a közetréteg felszíne közötti p távolságot.
- a vízszintes földfelszín és a közetréteg által meghatározott lapszög értékét.

A megoldásban – esetleg – feltételezheted, hogy az R és Q pontokba érkező szeizmikus hullámok egy virtuális forrástól érkeznének, mely a valódi forrás szimmetrikusa az AB egyeneshez képest.

Ismert, hogy egy tetszőleges a , b , c oldalú háromszögben $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos C$, ahol C a c oldallal szembe elhelyezkedő szög (az általános Pitagorasz tétel).

I.B. Hullámok

(5 pont)

Azok a szeizmikus hullámok melyeknek az epicentruma az óceánok alatt helyezkedik el, az óceán vizének felszínén hullámokat hoznak létre. Ezeknek a hullámoknak az amplitúdója kicsi a nyílt tengeren, ott ahol az óceán h mélysége nagy, de a parthoz közeledve a amplitúdó értéke számottevő lesz (szökőár).

a. Határozd meg egy rugalmas, egyenletes húr energiasűrűségének kifejezését. Tudjuk, hogy a húr egységnyi hosszának tömege μ , valamint azt, hogy a húrban az F feszítőerő hatására transzverzális harmonikus hullámok jönnek létre. Határozd meg a hullám által szállított teljesítmény kifejezését is.

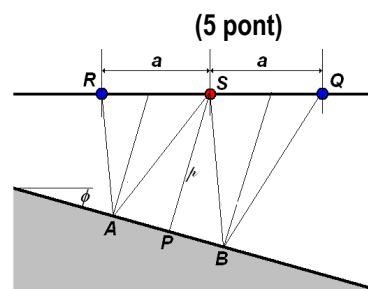
b. Mutasd ki, hogy a szökőár amplitúdója egyenesen arányos a $1/h^{1/4}$ mennyiséggel. A bizonyítás során vedd figyelembe, hogy, akár a húrban terjedő transzverzális hullámok esetében, a szállított teljesítmény egyenesen arányos a $\nu \omega^2 A^2$ mennyiséggel. Tételezd fel, hogy az ω körfrekvencia állandó marad és nincsen teljesítmény veszteség. Vedd figyelembe, hogy a felszíni, gravitációs, hullámok terjedési sebessége $\nu = \sqrt{gh}$ mély víz esetében (szökőárnál is).

c. Feltételezve, hogy a nyílt tengeren, ahol a víz mélysége $h_{\text{arg}} = 4\text{ km}$ a szökőár amplitúdója 30 cm , határozd meg az amplitúdót, illetve a hullámhegy és hullámvölgy közötti szintkülönbséget ott, ahol a part közelében, a víz mélysége $h_{\text{mal}} = 10\text{ m}$.

II.A. A fjord és

(5 pont)

A fjord egy nagyon hosszú és keskeny öböl, melynek a partjai magasak és majdnem függőlegesek. Úgy tekinthetjük mint egy L szélességű és $\ell = 30\text{ km}$ hosszúságú téglatest alakú „edényt”, melyben, $h = 30\text{ m}$ mélységű víz található. Néha a fjord vize kilenghet, úgy, hogy ennek a nagyon keskeny téglalap alakú sík felszíne megdől, és forog egy, a fjord rövid oldalaival párhuzamos tengely körül, tengely, mely az öböl hosszának a felénél helyezkedik el. A leírt gravitációs rezgés esetében a víz a fjord keskeny végein felemelkedik, majd leereszkedik d távolságon a csendes víz vízszintes felszínéhez képest. Tanulmányozva a fjord vize súlypontjának mozgását, határozd meg a víz saját rezgésfrekvenciáját a fjord geometriai méretei és a $g = 10\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ gravitációs gyorsulás függvényében. Vedd figyelembe, hogy

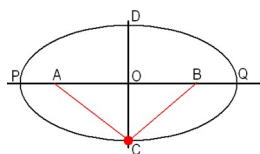


$\ell \gg L \gg h \gg d$ és azt, hogy a víz felszíne a rezgés ideje alatt sík marad.

II.B. Gyöngyöcske

(5 pont)

Egy nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű és 2ℓ hosszúságú fonalat A és B , azonos vízszintesen található, egymástól $2d$ távolságra lévő pontokban felfüggesztünk ($d < \ell$). Egy kicsi súlyos gyöngyöcske súrlódásmentesen csúszhat a fonalon. Határozd meg a gyöngyöcske, felfüggesztési pontokon áthaladó függőleges síkban történő kis rezgéseinek periódusát. A gravitációs gyorsulás g .



Esetleg vedd figyelembe:

Az ellipszis azon pontok mértani helye melyekre két rögzített ponttól mért távolságok összege állandó. Analitikusan egy Descartes féle koordinátarendszerben az ellipszis egyenlete:

$(x^2/a^2) + (y^2/b^2) = 1$ ahol $|OP| = |OQ| = a$ az ellipszis nagy féltengelye, valamint

$|OC| = |OD| = b$ az ellipszis kis féltengelye. A feladat esetében $|AC| = |CB| = \ell$ és

$|AO| = |OB| = d$. A P pontra a távolságok összegének állandósága $|PA| + |PB| = a - d + a + d = 2a = 2\ell$ egyenlethez vezet.

III.A. Denevérek és

(5 pont)

A denevérek úgy irányítják repülésüket illetve határozzák meg zsákmányuk helyzetét, hogy ultrahangokat bocsátanak ki majd a visszaverődő hullámokat érzékelik. Megdöbbenő ügyességgel fognak el rovarokat, sötétben, igen nagy sebességgel repülve. Bonyolult „ visszhang-lokációs” rendszerük lehetővé tesz számukra azt hogy megkülönböztessék egymástól a repülő lepkét a hulló falevéltől.



Tételezd fel, hogy a levegő a földhöz képest nyugalomban van és egy denevér a levegőhöz képest $9,0 \text{ m/s}$ sebességgel repül egy pillangó felé, mely a levegőhöz

képest $8,0 \text{ m/s}$ sebességgel repül a denevér felé. Az ultrahang a levegőben $v = 343 \text{ m/s}$ sebességgel terjed. Repülés közben a denevér rövid időtartamú ultrahang jeleket bocsát ki, egy bizonyos frekvencián majd felfogja a pillangóról visszaverődő ultrahangokat. Mi több, a denevér változtatni tudja a kibocsátott ultrahang frekvenciáját úgy hogy a felfogott ultrahang frekvenciája 83 kHz legyen, mivel ezen a frekvencián „hall” a legjobban.

a. modellezd a fentebb leírt helyzetet, feltételezve egy mozgásban levő pontszerű hangforrást, melynek abszolút sebessége v_s és az általa kibocsátott hanghullám frekvenciája ν valamint egy mozgó hangérzékelőt, mely ellentétes irányba mozog v_d abszolút sebességgel. Az adott közegben a hangforrás által kibocsátott hullámok v sebességgel terjednek, gömbhullámok formájában. Tételezd fel azt hogy a hangforrás sebessége is meg a hangérzékelő sebessége is kisebb mint a hangforrás által kibocsátott jel terjedési sebessége.

Határozd meg, a klasszikus fizika értelmében a hangérzékelő által észlelt hangjel frekvenciájának összefüggését a hangforrás ν frekvenciájának, a hangforrás v_s abszolút sebességének, a hangérzékelő v_d abszolút sebességének valamint a hanghullám v terjedési sebességének függvényében. Elemezd azt az esetet is, amikor, a feladat értelmében, a hangforrás és az érzékelő egymáshoz közelednek és azt is, amikor egymáshoz képest távolodnak.

b. Számítsd ki a pillangó által észlelt és visszavert hullámok frekvenciáját, ha a denevér által felfogott jel frekvenciája 83 kHz .

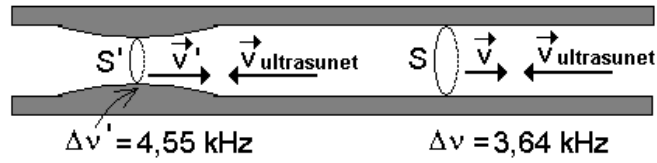
c. Számítsd ki a denevér által kibocsátott ultrahang frekvenciáját úgy hogy az általa felfogott ultrahang frekvenciája 83 kHz legyen.

III.B. Ütőerek

(5 pont)

Az ekográlok nagyfrekvenciájú ($7 - 12 \text{ MHz}$) ultrahanggal működő artériális letapogató készülékek. Segítségükkel nagyfelbontású felvételeket készíthetünk a test felszínének közelében elhelyezkedő ütőerekről, valamint meghatározhatjuk a bennük áramló vér sebességét. Ezek a készülékek egy ultrahangforrást tartalmaznak, a kibocsátott ultrahangok visszaverődnek a vérben található mozgó „részecskékről”. Egy érzékelő igen pontosan tudja mérni a beeső és visszavert ultrahang hullámok egymáshoz viszonyított frekvenciáját. Tételezd fel hogy az ultrahangforrás és az érzékelő között a távolság igen kicsi, az ultrahang frekvenciája $\nu = 7 \text{ MHz}$ míg terjedési sebessége az artériában $v_{\text{ultrahang}} = 1540 \text{ m/s}$. Tételezd fel hogy a vér áramlási sebessége ugyanakkora az artéria merőleges keresztmetszetének bármely pontjában, v . Az ütőér mentén különböző pontokba helyezve a letapogatót, azt tapasztaljuk hogy a lebegés frekvenciája $\Delta\nu = 3,64 \text{ kHz}$, egy kis szakasz kivételével, ahol a lebegés frekvenciája $\Delta\nu' = 4,55 \text{ kHz}$. A frekvencia növekedése az ér falának megvastagodását és részleges elzáródását jelzi. Tételezd fel

hogy a mérések alatt a letapogató nyugalomban van a testhez képest és használd fel az alábbi ábrán található információkat.



a. Határozd meg az ütőér S keresztmetszetén áramló vér v sebességét.

b. Becsüld fel az ütőér $\frac{S - S'}{S}$ elzáródási fokát .

Javasolták

Profesor Delia Constanța DAVIDESCU, profesor Adrian S.DAFINEI