

Soluție cmmmc

Fie $n = p_1^{q_1} * p_2^{q_2} * \dots * p_k^{q_k}$ scrierea în descompunere de factori primi a numărului n . Pentru ca două numere a și b să aibă cel mai mare multiplu comun egal cu n , pentru fiecare factor prim p_i avem două posibilități: p_i apare la puterea q_i în a , și la o putere oarecare de la 0 la q_i în b , sau apare la puterea q_i în b , și la o putere oarecare de la 0 la q_i în a . În total avem deci $q_i + 1 + q_i + 1 = 2 * q_i + 2$ variante, dar am numărat de două ori varianta, când p_i apare în ambele numere la puterea q_i , deci numărul corect al variantelor va fi $2 * q_i + 1$.

Așadar numărul total al perechilor, care au cel mai mare divizor comun egal cu n este $(2 * q_1 + 1) * (2 * q_2 + 1) * \dots * (2 * q_k + 1)$. Observăm, că am numărat perechile formate din numere distincte de două ori și perechea $[n, n]$ o singură dată, așa că adăugăm unu și împărțim la doi, pentru a răspunde la subpunctul **a**).

Pentru a rezolva subpunctul **b**), observăm că pentru a obține suma minimă, trebuie să considerăm fiecare p_i la puterea q_i într-unul din numere, iar la puterea 0 în celălalt număr. Încercăm toate cele 2^k perechi ce se pot forma astfel și alegem perechea cu suma minimă. Pentru a genera aceste perechi, iterăm cu o variabilă de la 0 la $2^k - 1$, pe care o convertim în baza doi. Dacă cifra i în baza doi este egal cu 0, vom considera că p_i apare în primul număr la puterea q_i și în al doilea număr la puterea 0, iar dacă cifra i este egal cu 1, p_i va apărea în primul număr la puterea 0 și în al doilea număr la puterea q_i .

Pentru a implementa un algoritm cât mai rapid pentru descompunerea în factori primi, se recomandă generarea numerelor prime folosind **Ciurul lui Erastotene**. Această abordare implementat cu grijă duce la obținerea punctajului maxim.

O altă soluție posibilă este determinarea tuturor divizorilor lui n și verificarea pentru fiecare pereche de divizori, dacă are cel mai mare divizor comun egal cu n . Pentru a determina divizorii unui număr este de ajuns să verificăm divizorii până la radicalul numărului și când am găsit divizorul d , acesta va implica că am găsit și divizorul n / d . Cazul pătratelor perfecte trebuie tratat separat. Această abordare obține 60 de puncte.

Stelian Ciurea, Pățaș Csaba