

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Timișoara, 20 aprilie 2017

CLASA a V-a

Problema 1. Fie numărul natural $n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2017}$.

- a) Arătați că 7^{2018} dă prin împărțire la 6 și prin împărțire la 48 același rest.
- b) Aflați ultimele două cifre ale numărului $6n$.

Problema 2. Aflați câte numere naturale scrise în baza zece îndeplinesc simultan condițiile:

- i) Numărul are șase cifre.
- ii) Produsul cifrelor nenule ale numărului este 84.
- iii) Patru dintre cifrele numărului sunt 2, 0, 1, 7.

Problema 3. Fie $n \geq 2$ un număr natural. Spunem că numărul natural $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$ are proprietatea (P) dacă

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_n} = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n + a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

Găsiți toate numerele naturale $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$ care au proprietatea (P).

Problema 4. Se consideră cifrele a, b, c, d, e, f nenule distincte. Determinați numerele naturale x cu proprietatea că x divide oricare număr de șase cifre distincte scris cu cifrele a, b, c, d, e, f .