

Problema Kmax – Soluție

Autor: Gheorghe Cosmin

Vom rezolva problema cu programare dinamică: fie $din[i][j]$ = numărul de permutări de lungime i pentru care ultima secvență crescătoare (cea din capatul dreapta) are lungime j . Recurența se construiește în modul următor. Dacă vrem să calculăm $din[i][j]$, vom fixa cel mai mare element pe poziția q . Vom împărți permutarea astfel în două permutări mai mici independente, cea din stânga de lungime $q - 1$ și cea din dreapta de lungime $i - q - 1$. Se poate observa că permutarea stânga se poate termina în o secvență crescătoare de lungime $lu \leq K - 1$ iar cea dreapta într-o secvență crescătoare de lungime fix j (vrem să calculăm $din[i][j]$, adică ultima secvență crescătoare să aibe lungime j). Astfel recurența este următoarea:

$$din[i][j] = \sum_{q=1}^N \left(\sum_{lu=1}^{K-1} din[q-1][lu] * din[i-q-1][j] * comb[i-1][q-1] \right)$$

Se observă că împărțim o permutare mai mare în două permutări mai mici și folosim combinații pentru a lua toate posibilitățile de a poziționa anumite elemente în prima permutare și în a doua. Trebuie avut grijă la câteva cazuri particulare în recurența de mai sus și anume trebuie definită bine dinamica pentru permutări de lungime 0 (adică $din[0][j]$) și cazul când punem elementul maxim pe ultima poziție din permutare.