

Fotbal – descrierea soluției

(Autor: Tiberiu Savin – Universitatea București)

Vom construi un graf în care echipele reprezintă noduri, iar meciurile vor fi muchii. Putem observa că dacă alegem un lanț simplu $x_1 x_2 \dots x_k$ în acest graf și considerăm că echipa x_1 bate echipa x_2 , x_2 bate x_3 , ..., x_{k-1} bate x_k atunci toate echipele vor avea scorul 0 mai puțin echipa x_1 și x_k care vor avea 1 punct respectiv -1 puncte, mai puțin în cazul în care $x_k = x_1$ (ciclu simplu), caz în care toate echipele vor avea 0 puncte.

Astfel diferența minimă dintre echipa clasată pe primul loc și echipa clasată pe ultimul loc poate fi ori 0, ori 2, dacă graful este sau nu eulerian. În cazul în care graful nu este eulerian vom adăuga un nod fictiv în graf pe care îl vom conecta de nodurile cu grad impar transformând astfel graful într-un graf eulerian. Vom construi un ciclu eulerian în acest graf și de fiecare dată când vom trece prin nodul fictiv înseamnă că acolo se termină un lanț și începe un lanț nou.

Este evident că un nod poate fi “capăt de lanț” cel mult odată deoarece nu are sens să tragem mai mult de o muchie între un nod și nodul fictiv.