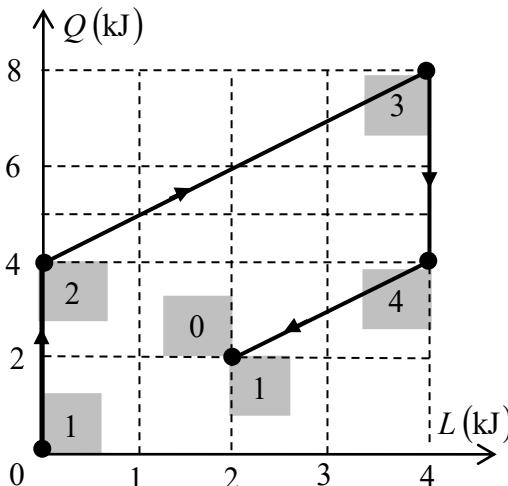


REZOLVARE ȘI BAREM PENTRU EVALUARE Problema 3 – Termodinamică

Problema 3	Parțial	Punctaj
Barem		10
A. a)		4 p
1)	3 p	
În transformările $1 \rightarrow 2$ și respectiv $3 \rightarrow 4$ gazul nu schimbă lucru mecanic cu exteriorul. Ca urmare transformările $1 \rightarrow 2$ și respectiv $3 \rightarrow 4$ sunt transformări izocore ($V_1 = V_2; V_3 = V_4$). Transformarea $1 \rightarrow 2$ este o încălzire izocoră, $Q_{12} = 4 \text{ kJ} > 0$ (căldură primită de gaz), evoluția crescătoare a temperaturii gazului fiind $T_1 \rightarrow T_2$, iar evoluția crescătoare a presiunii gazului fiind $p_1 \rightarrow p_2$. Transformarea $3 \rightarrow 4$ este o răcire izocoră, $Q_{34} = -4 \text{ kJ} < 0$ (căldură cedată de gaz), evoluția descrescătoare a temperaturii gazului fiind $T_3 \rightarrow T_4$, iar evoluția descrescătoare a presiunii gazului fiind $p_3 \rightarrow p_4$. Deoarece $Q_{12} = -Q_{34} = 4 \text{ kJ}$, rezultă: $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1); \quad Q_{34} = \nu C_v (T_4 - T_3) = -\nu C_v (T_3 - T_4);$ $T_2 - T_1 = T_3 - T_4;$ $T_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right).$	0,50	
Utilizând informațiile din figura alăturată, în acord cu principiul I al termodinamicii, rezultă:  $1(p_1, V_1, T_1) \rightarrow 2(p_2, V_2, T_2);$ $L_{12} = 0; \quad V = \text{constant}; \quad V_2 = V_1;$	0,50	

$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = 4 \text{ kJ} = Q > 0; \text{căldură primită de gaz};$ $T_2 = T_1 + \frac{Q}{\nu C_v}; \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}; p_2 = p_1 \left(1 + \frac{Q}{\nu C_v T_1} \right);$		
$2(p_2, V_2, T_2) \rightarrow 3(p_3, V_3, T_3);$ $Q_{23} = aL_{23} + b;$ $Q_{23} = L_{23} = 4 \text{ kJ} > 0; a = 1; b = 0;$ $Q_{23} = L_{23} = 4 \text{ kJ} > 0;$ $Q_{23} > 0; \text{căldură primită de gaz};$ $L_{23} > 0; \text{lucru mecanic cedat (efectuat) de gaz};$ $T = \text{constant}; T_3 = T_2; p_2 V_2 = p_3 V_3;$ $Q_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = Q; V_2 = V_1;$ $\ln \frac{V_3}{V_1} = \frac{Q}{\nu R T_2} = \frac{Q}{\nu R \left(T_1 + \frac{Q}{\nu C_v} \right)};$ $p_3 = \frac{p_2 V_2}{V_3} = p_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{V_1}{V_3} = \frac{p_1 V_1}{V_3} \left(1 + \frac{Q}{\nu C_v T_1} \right);$ $p_3 = \frac{\nu R T_1}{V_3} \left(1 + \frac{Q}{\nu C_v T_1} \right);$	0,50	
$3(p_3, V_3, T_3) \rightarrow 4(p_4, V_4, T_4);$ $L_{34} = 0; V = \text{constant}; V_4 = V_3;$ $Q_{34} = \nu C_v (T_4 - T_3) = -4 \text{ kJ} = -Q < 0; \text{căldură cedată de gaz};$ $Q_{34} = -\nu C_v (T_3 - T_4) = -4 \text{ kJ} = -Q < 0;$ $T_3 - T_4 = \frac{Q}{\nu C_v}; T_3 = T_2; T_2 - T_4 = \frac{Q}{\nu C_v}; T_4 = T_2 - \frac{Q}{\nu C_v};$ $T_2 = T_1 + \frac{Q}{\nu C_v}; T_4 = T_1;$ $\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_4}{T_4}; p_4 = p_3 \frac{T_4}{T_3}; p_4 = p_3 \frac{T_1}{T_2}; p_4 = \frac{p_3}{1 + \frac{Q}{\nu C_v T_1}};$ $p_4 = \frac{\frac{\nu R T_1}{V_3} \left(1 + \frac{Q}{\nu C_v T_1} \right)}{1 + \frac{Q}{\nu C_v T_1}} = \frac{\nu R T_1}{V_3};$	0,50	
$4(p_4, V_4, T_4) \rightarrow 1(p_1, V_1, T_1);$		

$T_4 = T_1; p_4 V_4 = p_1 V_1; V_4 = V_3;$ $Q_{41} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_4} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} < 0;$ $Q_{41} = -\nu R T_1 \ln \frac{V_3}{V_1} < 0; \ln \frac{V_3}{V_1} = \frac{Q}{\nu R \left(T_1 + \frac{Q}{\nu C_v} \right)};$ $Q_{41} = -\nu R T_1 \frac{Q}{\nu R \left(T_1 + \frac{Q}{\nu C_v} \right)}; Q_{41} = -T_1 \frac{Q}{\left(T_1 + \frac{Q}{\nu C_v} \right)};$ $Q_{41} = -\frac{Q}{\left(1 + \frac{Q}{\nu C_v T_1} \right)}; Q_{41} = -\frac{Q}{2}; Q = \nu C_v T_1; T_1 = \frac{Q}{\nu C_v};$ $T_2 = T_1 + \frac{Q}{\nu C_v} = 2T_1 = \frac{2Q}{\nu C_v}; p_2 = 2p_1; V_2 = V_1;$ $T_3 = T_2 = 2T_1 = \frac{2Q}{\nu C_v}; p_3 = \frac{2\nu R T_1}{V_3} = \frac{2p_1 V_1}{V_3}; \ln \frac{V_3}{V_1} = \frac{C_v}{2R};$ $T_4 = T_1.$	0,50	
Pe ultimul sector al ciclului, evoluția izotermă a sistemului începe din starea 4, sistemul eliberează căldura $Q_{40} = -2 \text{ kJ} = -\frac{Q}{2}$, primește lucrul mecanic $L_{40} = -2 \text{ kJ} = -\frac{Q}{2}$ și ajunge în starea “0”, ai cărei parametri sunt: $4(p_4, V_4, T_4) \rightarrow 0(p_0, V_0, T_1);$ $T_4 = T_1;$ $Q_{40} = \nu R T_1 \ln \frac{V_0}{V_4} = -\nu R T_1 \ln \frac{V_4}{V_0} = -\nu R T_1 \ln \frac{V_3}{V_0} = -\frac{Q}{2};$ $\ln \frac{V_3}{V_0} = \frac{Q}{2\nu R T_1}; Q = \nu C_v T_1; \ln \frac{V_3}{V_0} = \frac{C_v}{2R};$ $\ln \frac{V_3}{V_1} = \frac{C_v}{2R}; V_0 = V_1;$ $p_4 V_4 = p_0 V_0 = p_0 V_1;$ $p_0 = \frac{p_4 V_4}{V_1} = \frac{\nu R T_1}{V_3} \frac{V_4}{V_1} = \frac{p_1 V_1}{V_3} \frac{V_3}{V_1} = p_1;$ $0(p_0, V_0, T_1) \equiv 1(p_1, V_1, T_1).$ $T_2 = T_{\max}; T_1 = T_{\min}; \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{T_2}{T_1} = 2.$	0,50	

2)	1 p	
Graficul transformării ciclice, transpus în diagrama (p, V) este reprezentat în figura alăturată.		1,00
B. b)		3 p
1)	1,50 p	
După înlăturarea foliei de la gura paharului și după realizarea stării de echilibru, evidențiată în desenul <i>b</i> din figura alăturată, evoluția aerului din pahar fiind izotermă, rezultă: $p_0 V_0 = pV; \quad p_0 \frac{h}{2} = pd;$ $p + \rho g \frac{h}{2} = \rho_0 + \rho_0 g \left(\frac{h}{2} + d + H \right);$ $H = \frac{p_0}{\rho_0 g} \left(\frac{h}{2d} - 1 \right) + \frac{h}{2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) - d.$		1,50
2)	1,50 p	
Evoluția sistemului, până la evacuarea celor două straturi de lichid din pahar și așezarea lor așa cum indică desenul <i>c</i> din aceeași figură, însemnează extinderea aerului în tot paharul într-o transformare generală astfel încât avem:		

$$\frac{pV}{T} = \frac{p'V'}{T'}; \quad \frac{T'}{T} = 2 \frac{p'}{p_0}; \quad p' = \rho_0 g (h + H + h_a) + \rho g h_u;$$

$$h_u = \frac{s}{S} \frac{h}{2}; \quad h_a = \frac{s}{S} \left(\frac{h}{2} - d \right); \quad \frac{T'}{T} = \frac{2g}{p_0} [\rho_0 (h + H + h_a) + \rho h_u].$$

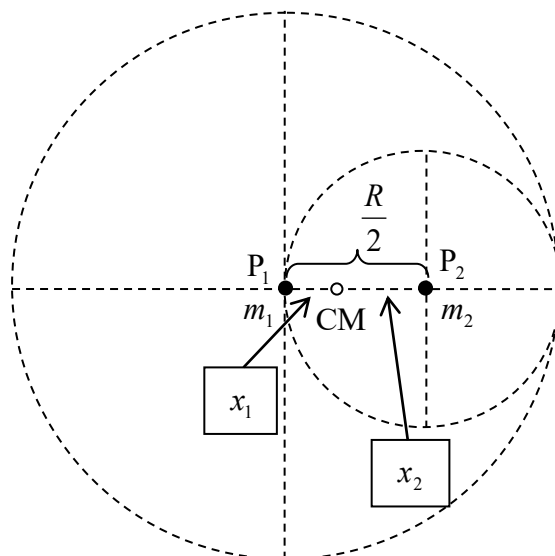
1,50

C. c)

2 p

Notății: ρ_1 – densitatea gazului în sfera mare; ρ_2 – densitatea gazului în sfera mică.

La momentul inițial, înaintea exploziei sferei interioare, centrul de masă (CM) al aparatului, reprezentat în desenul din figura alăturată, se determină ca fiind centrul de masă al unui sistem format din două puncte materiale:



- punctul material P_1 , situat în centrul sferei mari, având masa:

$$m_1 = \rho_1 \cdot \frac{4\pi R^3}{3},$$

0,25

ca și cum acest gaz ar umple în întregime sfera mare, unde ρ_1 este densitatea gazului din sfera mare;

- punctul material P_2 , situat în centrul sferei mici, având masa:

$$m_2 = (\rho_2 - \rho_1) \cdot \frac{4\pi R^3}{24},$$

0,25

ca și cum un gaz cu densitatea $(\rho_2 - \rho_1)$, ar umple în întregime sfera mică.

Pentru a stabili poziția CM al sistemului, înaintea exploziei, rezultă:

$$m_1 x_1 = m_2 x_2; x_1 + x_2 = \frac{R}{2};$$

$$x_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{R}{2}; x_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{R}{2};$$

0,25

$x_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{7\rho_1 + \rho_2} \cdot \frac{R}{2}; x_2 = \frac{8\rho_1}{7\rho_1 + \rho_2} \cdot \frac{R}{2}.$ Explozia din aparat nu modifică poziția centrului de masă al sistemului. Deoarece după explozie întregul aparat se deplasează pe distanța d, înseamnă că centrul de masă al aparatului se află la distanța d față de poziția inițială a centrului sferei mari. În aceste condiții, rezultă: $x_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{7\rho_1 + \rho_2} \cdot \frac{R}{2} = d;$ $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{R + 14d}{R - 2d}; \rho_2 = \frac{R + 14d}{R - 2d} \cdot \rho_1.$ După explozie, centrul de masă al aparatului este centrul de masă al sferei cu raza R, plină cu un gaz având densitatea: $\rho = \frac{\rho_1 \left(\frac{4\pi R^3}{3} - \frac{4\pi R^3}{24} \right) + \rho_2 \frac{4\pi R^3}{24}}{\frac{4\pi R^3}{3}} = \rho_1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{8} = \frac{7\rho_1 + \rho_2}{8};$ $\rho = \frac{R}{R - 2d} \cdot \rho_1.$ Rezultă: $\frac{p_{\text{final}}}{p_{\text{initial}}} = \frac{\rho_{\text{final}}}{\rho_{\text{initial}}} = \frac{\rho}{\rho_1} = \frac{R}{R - 2d}.$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	
Oficiu		1 p

© Barem de evaluare și de notare propus de:

Prof. dr. Mihail Sandu, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești