

Problema arme - descrierea soluției

Autor prof. Emanuela Cerchez

C. N. "Emil Racoviță" Iași

Soluție 1 - Emanuela Cerchez

Vom utiliza **metoda Greedy**.

Sortăm armele de la brâu crescător după punctaj.

Sortăm și armele din camera armelor crescător după punctaj.

Parcurgem în ordine crescătoare armele de la brâu și le înlocuim pe cele mai mici arme de la brâu cu cele mai mari din camera armelor (doar dacă punctajul se mărește).

Soluție 2 - Marinel Șerban

Utilizând **interclasarea** a doi vectori sortați (puterile armelor), însumăm primele n valori din cei doi vectori sortați descrescător. Nu reținem vectorul realizat după interclasare.

Soluție 3 – Marcu Ovidiu/Moț Nistor

Se ordonează crescător șirul puterilor armelor de la brâu și descrescător șirul puterilor armelor de pe perete. Se înlocuiește arma cu cea mai mică putere cu arma cu putere maximă dintre cele aflate pe perete (dacă este posibil) și așa mai departe până când nu mai putem alege nimic de pe perete ($p_{b_i} \geq p_{c_i}$) sau nu mai avem arme la dispoziție ($m < n$).

Suma inițială a puterilor p_{b_i} va crește la fiecare înlocuire cu diferența $p_{c_i} - p_{b_i}$.

O scurtă justificare a faptului că acest mod de alegere conduce la sumă maximă este următoarea demonstrație:

Notăm :

- șirul puterilor armelor de la brâu cu $a[1..n]$ și
- șirul puterilor de pe perete cu $b[1..m]$.

Presupunem că au fost înlocuite conform alegerii de mai sus primele k elemente din cei doi vectori, adică puterea suplimentară câștigată este :

$$S = (b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_k - a_k)$$

Se observă că $b_{k+1} - a_{k+1} \leq 0, \dots$

Dacă, prin reducere la absurd, presupunem că ar exista o altă alegere care să maximizeze puterea suplimentară câștigată S_1 am avea:

$$S_1 = (b_{i_1} - a_1) + (b_{i_2} - a_2) + \dots + (b_{i_h} - a_h), \text{unde } h \leq k \quad (1)$$

Și de aici,

$$\begin{aligned} S_1 &= (b_{i_1} + b_{i_2} + \dots + b_{i_h}) - (a_1 + a_2 + \dots + a_h) \leq (b_1 + b_2 + \dots + b_h) - (a_1 + a_2 + \dots + a_h) = \\ &= (b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_h - a_h) = [(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_k - a_k)] + \\ &+ (b_{k+1} - a_{k+1}) + \dots + (b_h - a_h) \leq (b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_k - a_k) = S \end{aligned}$$

care este fals ținând cont că din (1) avem $b_{k+1} - a_{k+1} \leq 0, b_{k+2} - a_{k+2} \leq 0, \dots, b_h - a_h \leq 0$.

Rezultatul este astfel demonstrat.