



Problema a II - a (10 puncte)

Diferite circuite electrice

A. Un elev utilizează o sursă de tensiune (1), o cutie cu rezistențe (2), un întrerupător (3), un ampermetru (4), și un voltmetru (5) pentru a efectua măsurări în curent electric continuu. Astfel, el realizează circuitele electrice prezentate în imaginile din figurile 1 și 2. Valorile indicate de ampermetru și de voltmetru sunt exprimate în amperi și respectiv în volți, iar rezistența electrică a firelor conductoare din cele două circuite este neglijabilă. Ampermetrul și voltmetrul pot fi considerate instrumente ideale. Utilizând informațiile din figurile 1 și 2, determină:

- tensiunea electromotoare E a sursei (1);
- rezistența internă r a acestei surse;
- valoarea rezistenței electrice R_1 a rezistorului conectat în circuitul prezentat în figura 1.

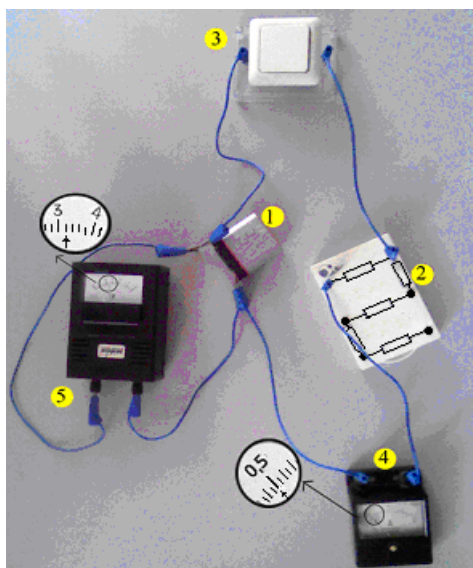


Figura 1

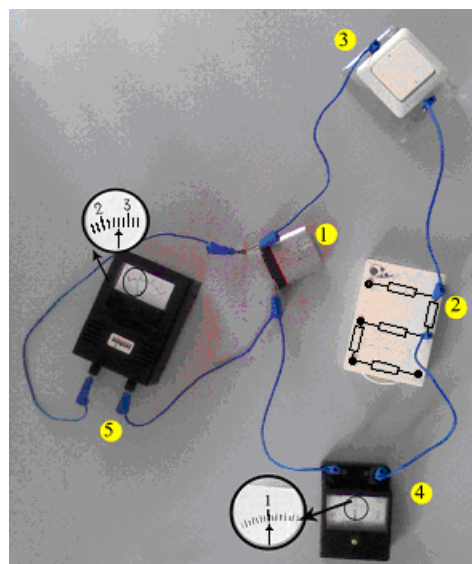


Figura 2

B. Cubul POLIEDRU prezentat în figura 3 are ca laturi fire metalice, caracterizate fiecare prin rezistența electrică R_0 . O sursă cu tensiunea electromotoare E_0 este conectată mai întâi între vârfurile P și O , iar apoi între vârfurile P și R ale cubului. Conectarea sursei de tensiune la vârfurile cubului se face prin intermediul a doi conductori de rezistență electrică foarte mică, ce poate fi neglijată. Se constată că puterea electrică debitată de sursa de tensiune pe cubul POLIEDRU este aceeași în ambele situații de conexiune, descrise mai sus.

Pentru fiecare dintre cele două modalități de conexiune a sursei cu cubul POLIEDRU determină:

- Nodurile cubului care, din motive de simetrie, au potențiale electrice egale.
- Expresia tensiunii la bornele sursei. Exprimă rezultatele în funcție de tensiunea electromotoare E_0 a sursei.
- Randamentul sursei.

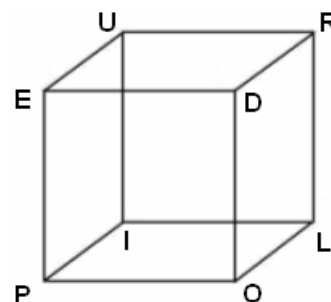


Figura 3

d. Valoarea puterii furnizate de sursă cubului POLIEDRU în situația în care $R_0 = 1\Omega$ și $E_0 = 5,81\text{ V}$ ($E_0 \cong [\sqrt{7} + \sqrt{10}]\text{ V}$).

Problema a II - a - Soluție

A.

a. În figura 4 este prezentată diagrama circuitului electric ilustrat în imaginea din figura 1.

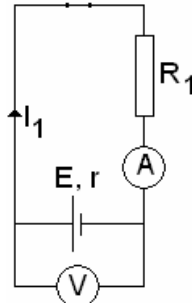


Figura 4

Valorile indicate de ampermetrul și voltmetrul din circuit sunt

$$\begin{cases} I_1 = 0,5\text{ A} \\ U_1 = 3,2\text{ V} \end{cases} \quad (1)$$

Tensiunea la bornele sursei are expresia

$$U_1 = E - I_1 \cdot r \quad (2)$$

Diagrama circuitului electric ilustrat în imaginea din figura 2 este prezentată în figura 5.

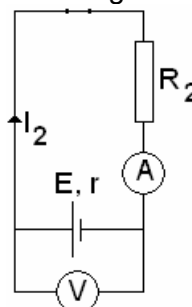


Figura 5

În acest caz ampermetrul și voltmetrul indică

$$\begin{cases} I_2 = 1,0\text{ A} \\ U_2 = 2,6\text{ V} \end{cases} \quad (3)$$

În acest caz, tensiunea la bornele sursei are expresia

$$U_2 = E - I_2 \cdot r \quad (4)$$

Din relațiile (2) și (4) rezultă

$$E = \frac{U_1 \cdot I_2 - U_2 \cdot I_1}{I_2 - I_1} \quad (5)$$

Introducând în relația (5) valorile numerice specificate prin relațiile (1) și (3) se obține valoarea tensiunii electromotoare a sursei

$$E = 3,8\text{ V} \quad (6)$$

Relația (6) reprezintă răspunsul la punctul a.

b. Din relațiile (2) și (4) se poate stabili expresia rezistenței interne a sursei

$$r = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} \quad (7)$$

Valoarea rezistenței electrice interne a sursei este

$$r = 1,2\ \Omega \quad (8)$$

Relația (8) reprezintă răspunsul la punctul b.

c. Rezistența electrică R_1 a rezistorului conectat în circuitul prezentat în figura 1 are expresia

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \quad (9)$$

și valoarea numerică

$$R_1 = 6,4 \Omega \quad (10)$$

Relația (10) reprezintă răspunsul la punctul c.

B.

a. În cazul conectării sursei la vârfurile P și O ale cubului, nodurile aflate la potențiale egale sunt I, E respectiv L, D . Schema echivalentă a cubului de rezistențe este aceea reprezentată în detaliul (a) din figura 6. Succesiv, această schema se poate echivala cu schemele din detaliile (b), (c) și (d) din figura 6. Rezistența echivalentă a cubului este deci

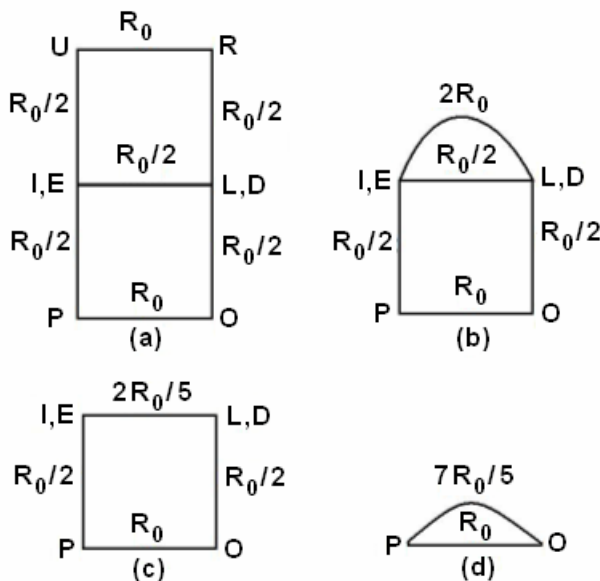


Figura 6

$$R_{P,O} = \frac{7R_0}{12} \quad (11)$$

În cazul legării sursei la vârfurile P și R ale cubului, nodurile aflate - din motive de simetrie - la același potențial sunt respectiv I, O, E și U, L, D . Prin urmare schema echivalentă a cubului de rezistențe este aceea reprezentată în figura 7.

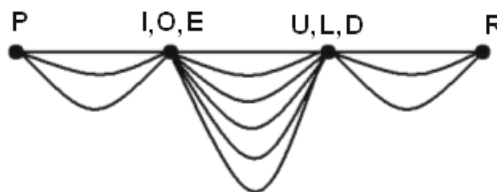


Figura 7

Rezistența echivalentă a cubului POLIEDRU, între nodurile P și R este

$$R_{P,R} = \frac{5R_0}{6} \quad (12)$$

b. Întrucât sursa de tensiune debitează puteri egale pe rezistențele $R_{P,O}$ și $R_{P,R}$, rezistența sa internă r are expresia

$$r = \sqrt{R_{P,O} \cdot R_{P,R}} \quad (13)$$

Prin urmare, rezistența internă este

$$r = R_0 \cdot \sqrt{\frac{35}{72}} \quad (14)$$

Intensitatea $I_{P,O}$ a curentului electric prin sursă, în cazul când aceasta este conectată între vârfurile P și O ale cubului este

$$I_{P,O} = \frac{E_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{35}{72} + \frac{7}{12}}} = \frac{E_0}{R_0} \cdot \frac{12}{7 + \sqrt{70}} \quad (15)$$

iar tensiunea la bornele sursei $U_{P,O}$ are expresia

$$\begin{cases} U_{P,O} = I_{P,O} \cdot R_{P,O} = \frac{E_0}{R_0} \cdot \frac{12}{7 + \sqrt{70}} \cdot \frac{7R_0}{12} \\ U_{P,O} = E_0 \cdot \frac{7}{7 + \sqrt{70}} \end{cases} \quad (16)$$

Analog, intensitatea $I_{P,R}$ a curentului electric prin sursă în cazul conectării acesteia între vârfurile P și R ale cubului este

$$I_{P,R} = \frac{E_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{35}{72} + \frac{5}{6}}} = \frac{E_0}{R_0} \cdot \frac{12}{10 + \sqrt{70}} \quad (17)$$

În acest caz, tensiunea la bornele sursei $U_{P,R}$ are expresia

$$\begin{cases} U_{P,R} = I_{P,R} \cdot R_{P,R} = \frac{E_0}{R_0} \cdot \frac{12}{10 + \sqrt{70}} \cdot \frac{10 \cdot R_0}{12} \\ U_{P,R} = E_0 \cdot \frac{10}{10 + \sqrt{70}} \end{cases} \quad (18)$$

Relațiile (16) și (18) reprezintă răspunsul la punctul b.

c. Randamentul sursei când aceasta este conectată între vârfurile P și O ale cubului POLIEDRU este

$$\eta_{P,O} = \frac{R_{P,O}}{R_{P,O} + r} = \frac{1}{1 + (r/R_{P,O})} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \eta_{P,O} = \frac{1}{1 + \sqrt{10/7}} \\ \eta_{P,O} \cong 45,6\% \end{cases} \quad (20)$$

În situația în care sursa de tensiune este conectată între vârfurile P și R ale cubului, randamentul acesteia este

$$\eta_{P,R} = \frac{R_{P,R}}{R_{P,R} + r} = \frac{1}{1 + (r/R_{P,R})} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \eta_{P,R} = \frac{1}{1 + \sqrt{7/10}} \\ \eta_{P,R} \cong 54,5\% \end{cases} \quad (22)$$

Relațiile (20) și (22) reprezintă răspunsul la punctul c.

d. Puterea electrică furnizată cubului POLIEDRU de către sursa de tensiune, pentru fiecare dintre cele două modalități de conexiune are expresia

$$P_{U,E} = P_{U,O} = U_{U,E} \cdot I_{U,E} = U_{U,O} \cdot I_{U,O} = \frac{E_0^2}{R_0} \cdot \frac{12}{(\sqrt{7} + \sqrt{10})^2} \quad (23)$$

Introducând în relația (23) valorile numerice precizate în enunț se obține

$$P_{U,E} = P_{U,O} = 12,00 \text{ W} \quad (24)$$

Relația (24) reprezintă răspunsul la punctul d.

Soluție propusă de:

Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Evaluare și Examinare – M E C T S

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București