

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ – 1 MARTIE 2008
JUDEȚUL GALAȚI

Clasa a V-a

Problema 1.

Se consideră numerele naturale a și b . Se știe că restul împărțirii lui a la b este 98, câtul împărțirii lui a la b este numărul natural c și că a este un număr de patru cifre a cărui ultimă cifră este egală cu 1.

a) Să se arate că numărul natural c are cel mult două cifre.

b) Dacă, în plus, b are două cifre și prima cifră a numărului a este egală cu 5, atunci să se determine numerele naturale a, b și c .

Problema 2.

a) Să se rezolve ecuația $\overline{131xy}_{(6)} = 3730_{(8)}$, unde indicii reprezintă baze de numerație.

b) Dacă numerele 5,6,7,8,9,10, 11, 12, 13, 14 și 15 sunt scrise în baza zece, atunci să se scrie aceste numere în baza 6.

c) Se consideră șirul crescător al numerelor naturale nenule, din baza zece, care se scriu numai cu cifrele 0,1,2,3,4 și 5, adică șirul 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, Să se determine al 2008-lea număr din acest șir.

Problema 3.

a) Câte pătrate perfecte se pot forma folosind 1000 cifre de 7, 2000 cifre de 8 și 2008 zerouri? Justificați răspunsul.

b) Să se determine cel mai mare pătrat perfect cu 2008 cifre.

Gelu Daniel Coadă, profesor, Galați

Problema 4.

a) Să se arate că 31 divide numărul natural n , unde $n = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{33}$.

b) Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația

$$(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{33}) : (5 + 5^4 + 5^7 + \dots + 5^{31}) + x^5 \cdot 62 = 2015.$$

Angela și Viorel Opaiț, profesori, Galați

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

Timp de lucru 3 ore.