

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapă Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2022****CLASA a V-a**

**Problema 1.** Am decupat din carton trei cifre nenule diferite. Dacă așez două dintre ele una lângă alta, în cele două moduri posibile, obțin două numere de câte două cifre, care sunt de 8, respectiv de 14 ori mai mari decât a treia cifră. Aflați cele trei cifre.

*Gazeta Matematică*

**Problema 2.** Trei prietene au împreună 2022 de bile colorate: Alexia are numai bile roșii, Cristina are numai bile galbene, iar Lucia are numai bile albastre.

La un schimb, Alexia dăruiește câte 5 bile roșii fiecăreia dintre cele două prietene ale sale, Cristina dăruiește câte 7 bile galbene fiecăreia dintre cele două prietene, iar Lucia dăruiește câte 11 bile albastre fiecăreia dintre cele două prietene.

După mai multe astfel de schimburi, Lucia rămâne cu 400 de bile, iar Cristina rămâne cu 1082 de bile, dintre care 602 sunt bile galbene.

Aflați câte bile roșii a avut inițial Alexia.

**Problema 3.** Demonstrați că, dacă  $n$  și  $m$  sunt numere naturale nenule astfel încât  $2^n + 3^m$  este pătrat perfect, atunci și  $2^n \cdot 3^m$  este pătrat perfect.

**Problema 4.** Un număr natural va fi numit *special* dacă este de forma  $\overline{abcd}$ , cu  $a, b, c, d$  cifre nenule, iar numărul  $a \cdot c + b \cdot d$  este pătrat perfect.

- Determinați cel mai mic și cel mai mare număr special.
- Demonstrați că suma tuturor numerelor speciale este divizibilă cu 101.

*Timp de lucru 2 ore. Se adaugă 30 minute pentru întrebări  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*