

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Timișoara, 20 aprilie 2017

CLASA a 6-a

Problema 1. Doi copii, Alex și Cristi, joacă de mai multe ori un joc în urma căruia câștigătorul primește x puncte, iar cel care pierde primește y puncte (x și y sunt numere naturale nenule cu $x > y$, iar la fiecare joc unul dintre copii câștigă și celălalt pierde). Scorul final este 147 la 123 în favoarea lui Alex. Cristi a câștigat 6 partide. Aflați numerele x și y .

Problema 2. Considerăm triunghiul isoscel ABC cu $m(\angle BAC) = 100^\circ$. Fie BD bisectoarea unghiului ABC cu $D \in (AC)$, punctul $E \in BD$ astfel încât $D \in (BE)$ și $BE = BC$ și $F \in (BC)$ astfel încât $AB = BF$. Demonstrați că dreptele AC și EF sunt perpendiculare.

Problema 3. Dacă pentru numerele naturale nenule a, b, c sunt adevărate inegalitățile $a > b > c$ și $12b > 13c > 11a$, arătați că $a + b + c \geq 56$.

Problema 4. Pe fiecare dintre laturile unui triunghi considerăm câte 9 puncte distincte, diferite de vârfurile triunghiului. Determinați numărul de triunghiuri care au vârfurile în câte trei din cele 3×9 puncte.