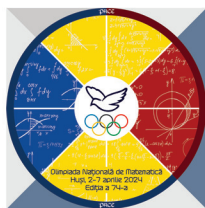




MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE DIN ROMÂNIA



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Huși, 3 aprilie 2024

CLASA a VII-a – subiecte

Problema 1. Pentru orice număr real x se notează $A(x) = x^2 + 4 \cdot [x]$.

- a) Determinați numerele reale x pentru care $A(x) = \{x\}^2$.
b) Determinați numerele reale $y > 0$ pentru care $A(y)$ este pătratul unui număr natural.

($[z]$ și $\{z\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului real z)

Problema 2. Se consideră un triunghi ABC cu $\sphericalangle BAC = 120^\circ$ și triunghiurile isoscele PAB și NAC astfel încât $\sphericalangle APB = \sphericalangle ANC = \sphericalangle BAC$,

dreapta AB să separe punctele P și C și dreapta AC să separe punctele N și B .

Arătați că, dacă G este centrul de greutate al triunghiului ABC , atunci
 $GP = GN = \frac{AB + AC}{3}$.

Problema 3. Pentru orice număr natural nenul n se consideră mulțimea $A = \{n^2, n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, (n+1)^2\}$.

Determinați numerele $a, b, c \in A, a < b < c$, știind că b este media geometrică a numerelor a și c .

Problema 4. Se consideră un pătrat $ABCD$ și punctele E pe latura CD , M pe diagonala AC și P pe latura BC , astfel încât $\sphericalangle BAE = \sphericalangle AEM = \sphericalangle AMP$. Arătați că:

- a) Triunghiul AMP este isoscel.
b) $EM = DE + PB$.