



Ministerul Educației Naționale
 Inspectoratul Școlar Județean Satu Mare
Olimpiada Națională de Fizică
31 martie - 5 aprilie 2013
Proba teoretică
Barem

XI

Problema a II-a
Cordon elastic

Nr. item	Sarcina de lucru nr. 1	Punctaj
1.a.	Volumul cordonului elastic este	
	$V = \pi r^2 l = \pi (r_0 - \Delta r)^2 (l_0 + \Delta l) = \pi r_0^2 l_0 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right) = V_0 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right).$	0,50 p
	Deoarece $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ și $\frac{\Delta r}{r_0} = \mu \varepsilon$, atunci	0,25 p
	$\frac{\Delta V}{V_0} = (1 - 2\mu)\varepsilon.$	0,25 p
1.b.	i. La echilibru, legea lui Hooke se scrie:	
	$\frac{mg}{S} = E \frac{\Delta l_0}{l_0},$	0,25 p
	de unde	
	$mg = E \frac{\Delta l_0}{l_0} S = ES_0 \frac{\Delta l_0}{l_0} \left(1 - \frac{\Delta r_0}{r_0}\right)^2 = ES_0 \frac{\Delta l_0}{l_0} \left(1 - \mu \frac{\Delta l_0}{l_0}\right)^2 \cong ES_0 \frac{\Delta l_0}{l_0}.$	0,25 p
	După alungirea cordonului cu y față de starea de echilibru, ecuația de mișcare a sistemului este:	
	$ma = mg - F,$	0,50 p
	unde forța elastică este	
	$F = ES \frac{\Delta l_0 + y}{l_0} \cong ES_0 \left[\frac{\Delta l_0}{l_0} + \left(1 - 4\mu \frac{\Delta l_0}{l_0}\right) \frac{y}{l_0} \right].$	1,00 p
	În aceste circumstanțe, ecuația de mișcare de mai sus devine	
	$ma = -ES_0 \left(1 - 4\mu \frac{\Delta l_0}{l_0}\right) \frac{y}{l_0} = -ky,$	0,25 p



Ministerul Educației Naționale
 Inspectoratul Școlar Județean Satu Mare
Olimpiada Națională de Fizică
31 martie - 5 aprilie 2013
Proba teoretică
Barem

XI

	unde constanta elastică echivalentă a sistemului este $k = \frac{ES_0}{l_0} \left(1 - 4\mu \frac{\Delta l_0}{l_0} \right) = \frac{1}{l_0} (ES_0 - 4\mu mg),$ așa încât perioada proprie de oscilație este $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml_0}{ES_0 - 4\mu mg}} \cong 2\pi \sqrt{\frac{ml_0}{ES_0} \left(1 + 2\mu \frac{mg}{ES_0} \right)}.$	0,25 p 0,50 p
	ii. Soluția ecuației de mișcare a corpului este $y(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0),$ condițiile inițiale fiind $y(0) = -\Delta l_0 \text{ și } v(0) = 0.$ În acest caz $\varphi_0 = 0 \text{ și } A = -\Delta l_0 = -\frac{mg l_0}{ES_0},$ astfel încât $y(t) = -\frac{mg l_0}{ES_0} \cos \omega t.$ Cum $\frac{\Delta V}{V_0} = (1 - 2\mu)\varepsilon \rightarrow V(t) = V_0 [1 + (1 - 2\mu)\varepsilon] = V_0 \left[1 + (1 - 2\mu) \frac{\Delta l_0 + y(t)}{l_0} \right],$ atunci $V(t) = V_0 \left[1 + (1 - 2\mu) \frac{\Delta l_0}{l_0} (1 - \cos \omega t) \right].$ Prin urmare, volumul cordonului este maxim atunci când $\cos \omega t = -1$ (adică la alungire maximă): $V_{\max} = V_0 \left[1 + 2(1 - 2\mu) \frac{\Delta l_0}{l_0} \right] = V_0 \left[1 + 2(1 - 2\mu) \frac{mg}{ES_0} \right]$	0,25 p 0,25 p 0,50 p 0,25 p 0,25 p 0,25 p



Ministerul Educației Naționale
Inspectoratul Școlar Județean Satu Mare

Olimpiada Națională de Fizică
31 martie - 5 aprilie 2013

Proba teoretică
Barem

XI

1.c.	Deoarece alungirea cordonului este maximă atunci când acesta trece prin poziția verticală, componenta radială a vitezei corpului este nulă. Prin urmare, viteza v a corpului este orizontală atunci când cordonul este vertical. Rezultanta forțelor care acționează asupra corpului pe direcția cordonului, atunci când acesta este vertical, este de tip centripet $m \frac{v^2}{l_0 + y} = ky - mg.$ Alegând, de exemplu, nivelul de referință pentru energia potențială gravitațională – nivelul dat de poziția inițială orizontală a cordonului, conservarea energiei sistemului se scrie: $0 = m \frac{v^2}{2} + k \frac{y^2}{2} - mg(l_0 + y).$ Eliminând viteza între cele două relații de mai sus se obține: $y = \frac{l_0}{4} \left[3 \frac{mg}{kl_0} - 1 + \sqrt{1 + 9 \frac{mg}{kl_0} \left(2 + \frac{mg}{kl_0} \right)} \right] = \frac{l_0}{4} \left[3 \frac{\Delta l_0}{l_0} - 1 + \sqrt{1 + 9 \frac{\Delta l_0}{l_0} \left(2 + \frac{\Delta l_0}{l_0} \right)} \right].$ Deoarece $\frac{\Delta l_0}{l_0} \ll 1$, atunci $y \cong \frac{l_0}{4} \left[3 \frac{\Delta l_0}{l_0} - 1 + \left(1 + 18 \frac{\Delta l_0}{l_0} \right)^{1/2} \right] \cong \frac{l_0}{4} \left[3 \frac{\Delta l_0}{l_0} - 1 + \left(1 + 9 \frac{\Delta l_0}{l_0} \right) \right],$ sau $\boxed{\frac{y}{\Delta l_0} = 3}.$	0,75 p 0,75 p 0,25 p 0,25 p
Nr. item	<i>Sarcina de lucru nr. 2</i>	Punctaj
2.a.	În acord cu enunțul $F = \alpha \frac{y}{l_0 + y}.$ La alungiri foarte mici trebuie regăsită legea lui Hooke:	0,25 p 0,25 p



Ministerul Educației Naționale
 Inspectoratul Școlar Județean Satu Mare
Olimpiada Națională de Fizică
31 martie - 5 aprilie 2013
Proba teoretică
Barem

XI

	$F = \alpha \frac{y}{l_0} \left(1 + \frac{y}{l_0} \right)^{-1} \cong \alpha \frac{y}{l_0} \equiv ES_0 \frac{y}{l_0},$	
de unde,	$\alpha = ES_0,$	0,25 p
iar expresia forței devine	$F = ES_0 \frac{y}{l_0 + y}.$	0,25 p
Oficiu		1,00p
TOTAL Problema a II-a		10p

Barem de evaluare și de notare propus de:

Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU – Facultatea de Fizică – Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași