

Desc (Stelian Ciurea)

Fie o kx -descompunere, adică

$$N = a_1 + a_2 + \dots + a_k$$

În aceasta vom presupune că

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_k$$

sau

$$a_1 \leq a_2' + x \leq a_3' + x \leq \dots \leq a_k' + (k-1)x$$

în care $a_1 \leq a_2' \leq a_3' \leq \dots \leq a_k'$

Dacă o rescriem, rezultă

$$N = a_1 + a_2' + a_3' + \dots + a_k' + x + 2x + \dots + (k-1)x$$

adică

$$N - x(1+2+\dots+(k-1)) = a_1 + a_2' + a_3' + \dots + a_k'$$

ceea ce reprezintă o posibilitate de a scrie numărul $N - x \cdot k(k-1)/2$ ca sumă de k numere naturale care pot fi și egale. Aceste transformări sunt bijective, adică oricărei kx -descompuneri a numărului N îi corespunde o descompunere în k numere care pot fi și egale a numărului $N - x \cdot k(k-1)/2$.

Numarul de posibilități de a scrie un număr oarecare – să îl notăm A - ca o sumă de k numere naturale nenule care pot fi și egale este dat de o formulă cunoscută (care apare și în unele manuale mai vechi de clasa a X -a) denumită formula Stirling:

$$S(A, k) = S(A-k, 1) + S(A-k, 2) + \dots + S(A-k, k)$$

Aplicând această formulă pentru $A = N - x \cdot k(k-1)/2$ obținem rezultatul cerut.