

Problema Tara Minunilor, student Airinei Adrian

Asociem problemei un graf orientat cu N noduri, initial fiind muchie intre oricare doua noduri consecutive. Trebuie sa facem urmatoarele observatii atunci cand introducem o muchie noua $x \rightarrow y$ ($x < y$)

- daca nu exista o muchie $a \rightarrow b$ introdusa anterior astfel incat $a < x$ si $b > y$ atunci raspunsul este $x \cdot (N - y + 1)$
- daca exista o muchie $a \rightarrow b$ introdusa anterior astfel incat $a < x$ si $b > y$, fie $a \rightarrow b$ muchia cu valoarea "a" maxima. Atunci observam ca drumurile care isi schimba distanta minima intre ele sunt perechi de forma (p, q) astfel
 1. $p \leq x$ si $y \leq q < b$
 2. $a < p \leq x$ si $q \geq y$
 3. trebuie sa scadem acum perechile unde $a < p \leq x$ si $y \leq q < b$ pentru ca le-am numarat de doua ori

Astfel raspunsul este $x \cdot (b - y) + (x - a) \cdot (N - y + 1) - (x - a) \cdot (b - y)$.

Deci trebuie sa aflam pentru fiecare muchie (x, y) introdusa muchia (a, b) despre care am facut referire anterior. Cea mai usoara modalitate de a face acest lucru este sa observam ca daca fiecarei muchii (x, y) i-am asocia o pereche de paranteze, o paranteza deschisa pentru x si una inchisa pentru y toate operatiile noastre ar determina la sfarsit un sir corect parantezat (asta datorita restrictiei impuse in enunt). Pentru a k -a operatie (x, y) vom introduce intr-un vector doua triplete, unul $(x, 0, k)$ si unul $(y, 1, k)$ avand semnificatia ca am introdus o paranteza deschisa la pozitia x si timpul k (timpul este indicele operatiei) si o paranteza inchisa la timpul y si timpul k . Vom sorta acest vector dupa prima valoare (corespunzatoare pozitiei). Atunci de fiecare data cand apare un triplet $(x, 0, k)$, semn ca deschidem o paranteza, vrem sa stim dintre toate parantezele care sunt deschise dar nu au fost inca inchise care este cea cu timpul mai mic decat k , cat mai tarziu introdusa in stiva. Acest lucru se poate face usor folosind un arbore de intervale, doar cu operatiile de aflare a maximului pe un interval si modificare a unei valori. In arborele de intervale vom introduce pentru fiecare nod asociat unui timp x momentul la care a fost introdus in stiva. Astfel, trebuie sa aflam la un moment dat care nod din intervalul $[1, a]$ are valoarea maxima. Daca apare un triplet $(y, 1, k)$ trebuie "sters" nodul respectiv din arborele de intervale. La sfarsit vom parcurgere din nou operatiile si vom afisa raspunsul pentru fiecare. Complexitatea va fi $O(M \cdot \log M)$ timp si $O(M)$ memorie. Mai exista alte solutii mai mult sau mai putin complicate folosind diferite structuri de date, in complexitati $O(M \cdot \log M)$ sau $O(M \cdot \log M \cdot \log M)$.