



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE DIN ROMÂNIA



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Constanța, 16 aprilie 2022

CLASA a V-a

Problema 1. Determinați numerele naturale de forma $\overline{ab}$, care au proprietatea că restul împărțirii lui $\overline{ab}$ la $a + b$ este $a \cdot b$.

Problema 2. a) Fie n un număr natural. Demonstrați că, dacă numerele $9 \cdot n + 1$ și $11 \cdot n + 1$ sunt simultan pătrate perfecte, atunci n este divizibil cu 5.

b) Determinați cel mai mic număr natural nenul n pentru care numerele $9 \cdot n + 1$ și $11 \cdot n + 1$ sunt simultan pătrate perfecte.

Problema 3. a) Determinați numerele prime a, b, c , cu $a < b < c$, pentru care

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2022.$$

b) Există cinci numere prime distincte care au suma pătratelor egală cu 2022? Justificați răspunsul!

Problema 4. Determinați perechile (a, b) de numere naturale nenule, care au proprietatea că $2 \cdot b + 1$ divide $3 \cdot a - 1$ și $2 \cdot a + 1$ divide $3 \cdot b - 1$.

*Timp de lucru 2 ore. Se adaugă 30 minute pentru întrebări
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*