

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Satu Mare, 4 aprilie 2018

Subiecte - CLASA a VII-a

Problema 1. Determinați numerele naturale nenule distincte a, b, c, d , care au simultan proprietățile:

- (1) Exact trei din cele patru numere sunt prime;
- (2) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2018$.

Problema 2. În pătratul $ABCD$ punctul E este situat pe latura $[AB]$, iar F este piciorul perpendicularei din B pe dreapta DE . Punctul L aparține dreptei DE astfel încât F este între E și L , iar $FL = BF$. Dacă N și P sunt simetricele punctelor A și F față de dreptele DE , respectiv BL , demonstrați că:

- a) Patrulaterul $BFLP$ este pătrat și patrulaterul $ALND$ este romb.
- b) Aria rombului $ALND$ este egală cu diferența dintre ariile pătratelor $ABCD$ și $BFLP$.

Problema 3. Pe laturile $[AB]$ și $[BC]$ ale paralelogramului $ABCD$ se construiesc triunghiurile echilaterale ABE și BCF , astfel încât punctele D și E sunt de aceeași parte a dreptei AB , iar F și D de o parte și de alta a dreptei BC . Dacă punctele E, D și F sunt coliniare, atunci demonstrați că $ABCD$ este romb.

Problema 4. Determinați numerele naturale n pentru care numărul $\sqrt{\frac{20^n - 18^n}{19}}$ este număr rațional.