



**Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, București, 7 aprilie 2015**

CLASA a V-a

Problema 1. Patru familii prietene au fiecare câte doi copii și toți copiii s-au născut după anul 1989. Anul nașterii mezinilor este același, având suma cifrelor egală cu produsul cifrelor nenule. Diferența de vârstă dintre frații aceleiași familii este un număr natural de ani exprimat printr-un pătrat perfect nenul. Aflați anul nașterii fraților cei mari din fiecare familie, știind că aceștia nu pot avea vârste egale.

Problema 2. Determinați cel mai mic număr natural care are exact 2015 divizori.

Problema 3. Se spune că numărul natural $n \geq 2$ este *norocos* dacă numărul n^2 se poate scrie ca suma a n numere naturale nenule consecutive. Să se arate că:

- a) numărul 7 este norocos;
- b) numărul 10 nu este norocos;
- c) produsul oricăror două numere norocoase este un număr norocos.

Problema 4. Pe tablă sunt scrise, unul după altul, opt numere egale cu 0. Numim *operație* modificarea a patru dintre cele opt numere, astfel: două numere se măresc cu 3, un număr se mărește cu 2, iar cel de al patrulea număr se mărește cu 1.

- a) Care este numărul minim de operații pe care trebuie să le efectuăm pentru a obține pe tablă opt numere naturale consecutive.
- b) Este posibil ca, după un număr de operații, toate numerele scrise pe tablă să fie egale cu 2015?
- c) Este posibil ca, în urma unei succesiuni de operații, produsul numerelor de pe tablă să fie 2145?