

PROBA 2

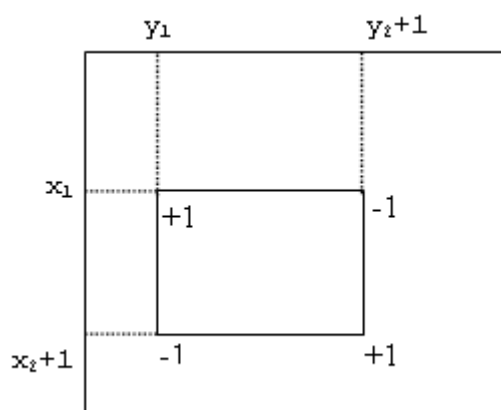
CLASA A IX-A

plaja

100 puncte

Prima cerință cere determinarea numărului de dreptunghiuri care nu conțin în interiorul lor nicio zonă în care se găsește o umbrelă. Rezolvarea pentru acest pas are complexitate $O(N \cdot U)$, testând pentru fiecare dreptunghi din cele N dacă există o umbrelă pe care să o includă. Testarea se va face parcurgând efectiv lista de umbrele. Această abordare garantează obținerea a 40 de puncte.

Pentru a rezolva eficient și cea de-a doua cerință, procedăm în felul următor: atunci când avem un dreptunghi de coordonate (x_1, y_1, x_2, y_2) pe care trebuie să îl așezăm pe plajă, incrementăm cu 1 valoarea din celulele (x_1, y_1) și (x_2+1, y_2+1) și scădem cu 1 valoarea din celulele (x_1, y_2+1) și (x_2+1, y_1) , după cum se observă în desenul alăturat. Atunci când facem suma elementelor pe orice submatrice de colțuri $(1, 1)$



și (i, j) , observăm că se va aduna o unitate în orice celulă care aparține dreptunghiului considerat. Astfel, de fiecare dată când avem un dreptunghi care trebuie așezat, adunăm sau scădem 1 în celulele menționate. După amplasarea tuturor celor N dreptunghiuri, calculăm suma $S_{i,j}$ pe orice submatrice de colțuri $(1, 1)$ și (i, j) , folosind următoarea relație:

$$S_{i,j} = S_{i-1,j} + S_{i,j-1} - S_{i-1,j-1} + V_{i,j}, \text{ unde } V_{i,j} \text{ este valoarea de pe poziția } (i, j).$$

Dacă $S_{i,j} > 0$, atunci (i, j) este acoperit de cel puțin un prosop. Facem din nou sume parțiale pe această matrice nou obținută, în care considerăm $S_{i,j} = 1$ dacă și numai dacă (i, j) este acoperit de cel puțin un prosop. Pentru a testa în $O(1)$ dacă o suprafață (x'_1, y'_1, x'_2, y'_2) din cele M este în întregime liberă, calculăm suma $S_{x'_2,y'_2} - S_{x'_2,y'_1-1} - S_{x'_1-1,y'_2} + S_{x'_1-1,y'_1-1}$. Dacă această sumă este 0, înseamnă că suprafața este liberă, iar în caz contrar va exista cel puțin o zonă în interiorul suprafeței care este acoperită.

Complexitatea finală este $O(N \cdot U + A \cdot B + M + N)$.

prof. Sichim Cristina – Colegiul Național “Ferdinand I” Bacău

Filip Cristian Buruiană, Universitatea Politehnică București

Marius Dumitran, Universitatea București