



Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2012. március 10.

VIII. OSZTÁLY

1. feladat. Az a és b különböző, szigorúan pozitív valós számokra az $a - \sqrt{ab}$ és $b - \sqrt{ab}$ számok racionálisak. Igazold, hogy az a és b számok racionálisak!

Gazeta Matematică

2. feladat. A $VABCD$ gúla alapja az $ABCD$ téglalap, a gúla oldalélei pedig kongruensek. Bizonyítsd be, hogy a (VCD) sík akkor és csak akkor alkot kongruens szögeket a (VAC) és (BAC) síkokkal, ha a VAC és BAC szögek kongruensek!

3. feladat. Adottak az a , b és c szigorúan pozitív valós számok. Határozd meg a legnagyobb olyan n egész számot, amelyre fennáll az

$$\frac{1}{ax + b + c} + \frac{1}{a + bx + c} + \frac{1}{a + b + cx} \geq \frac{n}{a + b + c}$$

egyenlőtlenség bármely $x \in [0, 1]$ esetén!

4. feladat. Az $ABCD$ tetraéderben $AD \perp BC$ és $AC \perp BD$. Legyenek E és F a B pont AD illetve AC egyenesre eső vetületei, M és N az AB , illetve CD szakaszok felezőpontjai. Igazold, hogy $MN \perp EF$.

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szerezhető.