



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE DIN ROMÂNIA



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Slobozia, 11 aprilie 2023

CLASA a VI-a – subiecte

Problema 1. Determinați toate șirurile de rapoarte egale de forma

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_3}{a_4} = \frac{a_5}{a_6} = \frac{a_7}{a_8}$$

care îndeplinesc simultan condițiile:

- mulțimea $\{a_1, a_2, \dots, a_8\}$ este mulțimea divizorilor pozitivi ai lui 24;
- valoarea comună a rapoartelor este număr natural.

Problema 2. Determinați tripletele (a, b, c) de numere întregi, care verifică simultan relațiile $a^2 + a = b + c$, $b^2 + b = a + c$ și $c^2 + c = a + b$.

Problema 3. Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul

$$N = \frac{1}{n \cdot (n + 1)}$$

se reprezintă printr-o fracție zecimală finită.

Problema 4. Fie triunghiul ABC cu $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ și $\sphericalangle ACB = 54^\circ$. Construim bisectoarea BD ($D \in AC$) a unghiului ABC și considerăm punctul E pe segmentul BD astfel încât $DE = DC$. Arătați că $BE = 2 \cdot AD$.