



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Finală, Sovata, 20 aprilie 2016
CLASA a VI-a

Enunțuri

Problema 1. Un număr natural se numește *superb* dacă este multiplul numărului divizorilor săi (spre exemplu 12 este superb deoarece are 6 divizori și 12 este multiplu al lui 6).

- a) Determinați cel mai mare număr superb de două cifre.
- b) Demonstrați că nu există numere superbe care să aibă ultima cifră 3.

Problema 2. Determinați numerele naturale nenule a și b pentru care $\frac{a+1}{b}$ și $\frac{b+2}{a}$ sunt simultan numere naturale.

Problema 3. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A . Bisectoarea unghiului ACB intersectează latura AB în punctul D și perpendiculara în B pe BC în punctul E . Notăm cu F simetricul lui E față de B și cu P intersecția dreptelor DF și BC . Demonstrați că $EP \perp CF$.

Problema 4. Fie a, b numere naturale nenule pentru care există p număr prim cu proprietatea că $[a, a+p] = [b, b+p]$. Arătați că $a = b$.

Am notat $[x, y]$ cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale x și y .

Timp de lucru 2 ore și 30 de minute.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.