



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE DIN ROMÂNIA



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Slobozia, 11 aprilie 2023

CLASA a V-a – subiecte

Problema 1. Numărul natural nenul n este pătrat perfect. Prin împărțirea lui 2023 la n se obține restul $223 - \frac{3}{2} \cdot n$. Aflați câtul împărțirii.

Problema 2. Spunem că un număr natural este *special* dacă toate cifrele sale sunt nenule și oricare două cifre alăturate din scrierea sa zecimală sunt consecutive (nu neapărat ordonate crescător).

- a) Determinați cel mai mare număr special m care are suma cifrelor egală cu 2023.
- b) Determinați cel mai mic număr special n care are suma cifrelor egală cu 2022.

Problema 3. Determinați numerele naturale m și n știind că

$$n \cdot (n + 1) = 3^m + s(n) + 1182,$$

unde $s(n)$ reprezintă suma cifrelor numărului natural n .

Notă. Pentru un număr natural a , scris cu o singură cifră, se consideră $s(a) = a$.

Problema 4. Spunem că un număr natural $n \geq 2$ are proprietatea (P) dacă în descompunerea sa în factori primi cel puțin unul dintre factori are exponentul egal cu 3.

- a) Determinați cel mai mic număr natural N cu proprietatea că, oricum am alege N numere consecutive, cel puțin unul dintre acestea are proprietatea (P).
- b) Determinați cele mai mici 15 numere naturale consecutive $a_1, a_2, \dots, a_{15}$, care nu au proprietatea (P), pentru care suma numerelor $5a_1, 5a_2, \dots, 5a_{15}$ este un număr cu proprietatea (P).