

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ – 1 MARTIE 2008
JUDEȚUL GALAȚI

Clasa a VI-a

Problema 1.

a) Un număr de 1236 cifre este scris cu cifrele 1, 2 și 3 și cu 12 zerouri. Numerele de apariții ale cifrelor 1, 2 și respectiv 3 sunt direct proporționale cu numerele 1, 2 și respectiv 3. Să se arate că numărul dat nu este pătrat perfect.

b) Să se arate că $(a-b):10$, unde $a = 2000^{2008} + 2001^{2008} + 2002^{2008} + \dots + 2009^{2008}$ și $b = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2008$.

Vasile Duma, profesor, Galați

Problema 2.

Să se determine numerele naturale x, y, z, t astfel încât

$$13 \cdot 2^x + 45 \cdot 3^y + 60(6^z + 7^t) = 2008.$$

Rodica și Dumitru Bălan, profesori, Galați

Problema 3.

Fie dreapta d și punctele $A, O, F \in d, O \in (AF)$. Cu vârful în O , de aceeași parte a dreptei d , se construiesc unghiurile adiacente $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD, \sphericalangle DOE, \sphericalangle EOF$. Măsurile acestor unghiuri sunt direct proporționale cu cinci numere naturale nenule consecutive.

- Arătați că unul dintre unghiuri are măsura egală cu 36° .
- Arătați că suma măsurilor a două dintre aceste unghiuri este egală cu suma măsurilor altor două din aceste unghiuri și egală cu dublul măsurii celui de-al cincilea unghi.
- Dacă unul dintre cele cinci unghiuri are măsura de 18° , aflați cele cinci numere naturale nenule consecutive cu care sunt direct proporționale cele cinci măsuri de unghiuri date.

Ioan Toderiță, profesor, Galați

Problema 4.

Se consideră triunghiul ABC isoscel cu $[AB] \equiv [AC]$, $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$, (AM bisectoarea $\sphericalangle BAC$, $M \in [BC]$) și punctele $P, T \in AM$ astfel încât $M \in (AP)$, $M \in (AT)$, $PB \perp AB$, $TC \perp AC$.

- Demonstrați că AM este mediatoarea laturii $[BC]$.
- Verificați dacă punctele P și T coincid. Justificare.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.
Timp de lucru 3 ore.