

Olimpiada de Fizică - Etapa națională

30 ianuarie – 4 februarie 2011

Baraj

Problema I (10 puncte)

- A. O tijă omogenă, de lungime l , se sprijină cu un capăt pe un perete și cu celălalt pe o podea orizontală ca în figura 1. Tija este ținută în repaus cu capătul inferior la o distanță foarte mică față de perete. Se lasă liber tija, capătul său superior începe să alunece pe perete. Care este viteza orizontală a centrului de masă al tijei după un timp foarte lung de la eliberarea tijei? Neglijază frecările.

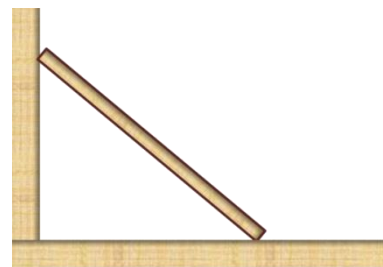


Figura 1

- B. O cărămidă, având masa M foarte mare, alunecă fără frecare spre un perete masiv fix. Viteza cărămidii este V_0 . Cărămida ciocnește o particulă de masă $m \ll M$ (de dimensiuni neglijabile) care se află inițial în repaus la distanța L față de perete (vezi figura 2). Consideră că ciocnirile particulă – cărămidă și particulă – perete sunt perfect elastice. Determină:
- distanța minimă dintre cărămidă și perete;
 - numărul de ciocniri dintre cărămidă și particulă în timpul apropierii cărămidii de perete.

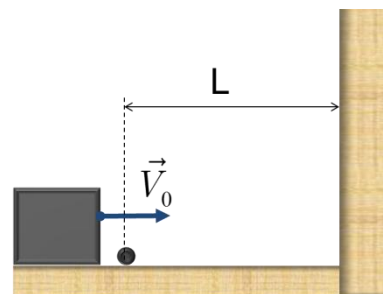
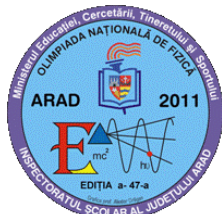


Figura 2

Subiect propus de prof. dr. Constantin Corega, CNER, Cluj-Napoca

Pagina 1 din 1

- ✍ Proba de baraj pentru selecția lotului olimpic lărgit de fizică conține cinci probleme.
- ✍ Durata probei este de cinci ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- ✍ Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- ✍ Elevii pot utiliza calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- ✍ Pentru fiecare problemă evaluarea se face ținându-se cont atât de soluția redactată de elevul competitor, cât și de rezultatele pe care acesta le completează în Foaia de răspunsuri.
- ✍ Fiecare problemă se punctează de la 10 la 0 (nu se acordă punct din oficiu).
- ✍ Punctajul final reprezintă suma punctajelor acordate pentru fiecare dintre cele cinci probleme.



Olimpiada de Fizică - Etapa națională
30 ianuarie – 4 februarie 2011

Arad

Baraj

Problema a II - a (10 puncte)

Overclocking și gazul fonic

- A. Prin operațiunea de „overclocking” se forțează microprocesorul calculatorului personal să funcționeze la o frecvență mai mare decât cea specificată de producător. Una dintre consecințele negative ale acestei operațiuni este supraîncălzirea microprocesorului (urmată de funcționarea sa intermitentă, sau chiar de distrugerea sa).

Un elev mai „entuziast” apelează la operațiunea de overclocking pentru a crește performanța calculatorului său personal. Ca urmare, curentul total prin microprocesor se dublează. Considerând microprocesorul un radiator ideal, care, în acord cu specificațiile producătorului, cauzează o încălzire a sa cu $13\text{ }^{\circ}\text{C}$ atunci când funcționează într-o încăpere în care temperatura este $t_0 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, să se determine la ce temperatură se va încălzi microprocesorul după overclocking.

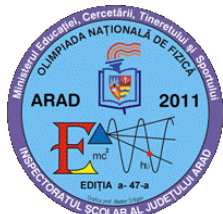
Se va presupune că raportul dintre rezistența electrică a microprocesorului și aria totală a suprafeței sale exterioare este independent de temperatură.

- B. Un gaz fonic este conținut într-o incintă al cărei volum poate fi modificat din exterior.
- Dacă presiunea gazului este P atunci când volumul incintei este V , să se determine energia internă U a acestuia;
 - Energia internă a unității de volum a gazului fonic, $u = \frac{dU}{dV}$, depinde doar de temperatură, după legea $u = kT^{\alpha}$, unde k este o constantă. Supunând gazul unui ciclu Carnot elementar (între temperaturile T - dT și T), să se determine exponentul α ;
 - Dacă incinta în care se găsește gazul fonic este un cilindru închis etanș cu un piston mobil, ale căror suprafețe în contact cu gazul sunt perfect reflectătoare, să se determine exponentul adiabatic al gazului fonic.

Informații matematice:

- variația unui produs de funcții este $\delta(f \cdot g) = \delta f \cdot g + f \cdot \delta g$;
- variația unei funcții de tipul $f(x) = ax^n$ este $\delta f = a \cdot nx^{n-1} \delta x$;
- dacă este utilă, se poate folosi integrala $\int \frac{dx}{x} = \ln x + \text{const.}$

problemă propusă de
Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU – Facultatea de Fizică, Universitatea Al. I. Cuza Iași



Olimpiada de Fizică - Etapa națională
30 ianuarie – 4 februarie 2011

Arad

Baraj

Problema a V - a (10 puncte)

Univers și găuri negre

A. Spectrul emisiei de lumină a atomilor dintr-o anumită specie suferă o deplasare spre roșu atunci când se observă emisia provenind de la stele îndepărtate. Deplasarea spectrală poate fi justificată de existența efectului Doppler, dacă se admite că stelele observate „fug”, se îndepărtează de Pământ. Observarea deplasării descrise mai sus a condus la stabilirea legii Hubble conform căreia cu cât o stea este mai depărtată de Pământ cu atât se îndepărtează de Pământ cu o viteză mai mare, $v = H \cdot s$. În expresia legii v este viteza cu care se îndepărtează steaua aflată la distanța s de Pământ.

Un model simplificat pentru universul în expansiune este reprezentat de un balon care se umflă. Marginea universului este reprezentată de suprafața balonului sferic, iar galaxiile sunt puncte pe suprafața acestui balon. Raza balonului corespunde razei universului la un moment de timp dat $R(t)$. Atunci când balonul se umflă, unghiul la centru dintre punctele reprezentând galaxiile rămâne constant. În această modelare simplă se consideră situația unui „balon” care se extinde cu o viteză radială constantă.

1. Dedu expresia vitezei cu care două puncte de pe suprafața balonului se depărtează unul față de altul ($\Delta s / \Delta t$) ca funcție de distanța dintre puncte s de raza universului $R(t)$ și de viteza (constantă) de variație a acestei raze ($\Delta R / \Delta t$).
2. Din compararea relației deduse la punctul 1 cu legea Hubble determină expresia constantei H .
3. Arată că pentru o rază R a universului și pentru o expansiune uniformă a acestuia (adică pentru $\Delta R / \Delta t = \text{constant} = K$) există o distanță s_ℓ cu proprietatea că o galaxie aflată la aceasta distanță (sau la o distanță mai mare) emite fotoni care nu mai ajung niciodată la galaxia noastră (distanța s_ℓ se numește orizont).

Consideră că universul este o sferă de gaz în expansiune având densitatea de masă uniformă ρ , masa totală M și raza $R(t)$. O particulă de masă m de pe suprafața acestei sfere se va deplasa radial spre exterior cu viteza $v = \Delta R / \Delta t$. Consideră că energia E a particulei verifică relația

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\Gamma \cdot M}{R} = \frac{E}{m} = C \quad (1)$$

4. Descrie calitativ evoluția universului în funcție de valorile constantei C .
5. Rescrie relația (1) în funcție de H, R, C, Γ și ρ .

Pagina 1 din 5

- ✍ Proba de baraj pentru selecția lotului olimpic lărgit de fizică conține cinci probleme.
- ✍ Durata probei este de cinci ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- ✍ Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- ✍ Elevii pot utiliza calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- ✍ Pentru fiecare problemă evaluarea se face ținându-se cont atât de soluția redactată de elevul competitor, cât și de rezultatele pe care acesta le completează în Foaia de răspunsuri.
- ✍ Fiecare problemă se punctează de la 10 la 0 (nu se acordă punct din oficiu).
- ✍ Punctajul final reprezintă suma punctajelor acordate pentru fiecare dintre cele cinci probleme.

Pentru mărimile care au valori dependente de timp se introduce un indice 0 atunci când se face referire la momentul actual. În cele ce urmează, presupune că $H_0 = 2,5 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ și $\Gamma = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot (\text{m} / \text{kg})^2$.

6. Determină valoarea minimă a densității pe care ar trebui s-o aibă universul acum (ρ_0), pentru a rămâne închis ($C = 0$).

7. Determină pentru situația de la punctul 6 dependența de timp a razei universului și valoarea vârstei universului.

B. Unele proprietăți ale găurilor negre pot fi deduse folosind analiza dimensională. În cele ce urmează consideră că toate caracteristicile fizice ale unei găuri negre sunt determinate doar de masa acesteia. O caracteristică fizică principală a găurii negre este aria orizontului evenimentelor. Orizontul evenimentelor reprezintă marginea găurii negre. În interiorul delimitat de această graniță, câmpul gravitațional este atât de intens încât nici măcar lumina nu mai poate ieși din regiunea închisă de aceasta.

1. Determină o relație între masa unei găuri negre m și aria orizontului său, A . Această arie depinde de masa găurii negre m , viteza luminii c și constanta universală a gravitației Γ conform expresiei $A = \Gamma^\alpha c^\beta m^\gamma$. Folosește analiza dimensională pentru a determina α, β, γ .

Din rezultatul dedus la punctul 1 rezultă clar că aria orizontului evenimentelor pentru o gaură neagră crește cu masa ei. Din punct de vedere clasic, nimic nu iese dintr-o gaură neagră și deci în toate procesele fizice aria orizontului evenimentelor nu poate decât să crească. Prin analogie cu legea a doua a termodinamicii, Beckenstein a propus să se atribuie unei găuri negre entropia S , proporțională cu aria suprafeței orizontului găurii negre, adică $S = \eta A$.

2. Utilizează definiția termodinamică a entropiei $dS = dQ/\theta$ pentru a găsi dimensiunea entropiei.

În relația de definiție dQ reprezintă căldura schimbată, iar θ este temperatura absolută a sistemului.

3. Exprimă constanta η în funcție de constantele fundamentale h , c , Γ și k_B .

Cu o abordare semi cuantică, Hawking a argumentat că în contradicție cu punctul de vedere clasic, găurile negre emit radiație similar emisiei de radiație a unui corp negru aflat la o temperatură numită *temperatură Hawking*. Legea Stefan Boltzmann exprimă puterea radiată, adică energia emisă în unitatea de timp $dE/dt = -\sigma\theta_H^4 A$.

4. Utilizează relația $E = mc^2$ care exprimă energia unei găuri negre în funcție de masa acesteia și legile termodinamicii pentru a deduce expresia pentru temperatura Hawking a găurii negre θ_H , în funcție de masa ei și constantele fundamentale h , c , Γ și k_B . Presupune că gaura neagră nu efectuează lucru mecanic asupra mediului care o înconjoară.

Masa unei găuri negre izolate variază din cauza radiației Hawking.

5. Folosește legea Stefan Boltzmann pentru a determina dependența ratei de variație a masei unei găuri negre izolate, la temperatura Hawking θ_H a găurii negre, ca funcție de masa acesteia și de constantele fundamentale h , c și Γ .

6. Determină expresia intervalului de timp t^* , în care o gaură neagră izolată de masă m se evaporă complet, adică pierde toată masa. Exprimă rezultatul în funcție de masa acesteia și de constantele fundamentale h , c și Γ .

7. Determină expresia capacității calorice a unei găuri negre de masă m . Exprimă rezultatul în funcție de masa acesteia și de constantele fundamentale h , c , Γ și k_B .

Subiect propus de:

Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Evaluare și Examinare – M E C T S

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București

Pagina 2 din 5

-  Proba de baraj pentru selecția lotului olimpic lărgit de fizică conține cinci probleme.
-  Durata probei este de cinci ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
-  Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
-  Elevii pot utiliza calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
-  Pentru fiecare problemă evaluarea se face ținându-se cont atât de soluția redactată de elevul competitor, cât și de rezultatele pe care acesta le completează în Foaia de răspunsuri.
-  Fiecare problemă se punctează de la 10 la 0 (nu se acordă punct din oficiu).
-  Punctajul final reprezintă suma punctajelor acordate pentru fiecare dintre cele cinci probleme.



Olimpiada de Fizică - Etapa națională
30 ianuarie – 4 februarie 2011

Arad

Baraj

Foaie de răspunsuri

Problema a V - a (10 puncte)

Univers și găuri negre

A.

1. Expresia vitezei cu care două puncte de pe suprafața balonului se depărtează unul față de altul

2. Expresia constantei H

3. Expresia distanței s_i

4. Descrierea calitativă a evoluției universului în funcție de valorile constantei C

5. Relația (1) exprimată în funcție de H, R, C, Γ și ρ

6. Valoarea minimă a densității pe care ar trebui s-o aibă universul acum (ρ_0), pentru a rămâne închis

7. Dependența de timp a razei universului

Valoarea vârstei universului

B.

1. Relația între masa unei găuri negre și aria orizontului său

2. Dimensiunea entropiei

3. Expresia constantei η

4. Expresia pentru temperatura Hawking a găurii negre

5. Expresia ratei de variație a masei unei găuri negre izolate, la temperatura Hawking

6. Expresia intervalului de timp t^* , în care o gaură neagră izolată de masă m se evaporă complet

7. Expresia capacității calorice a unei găuri negre de masă m

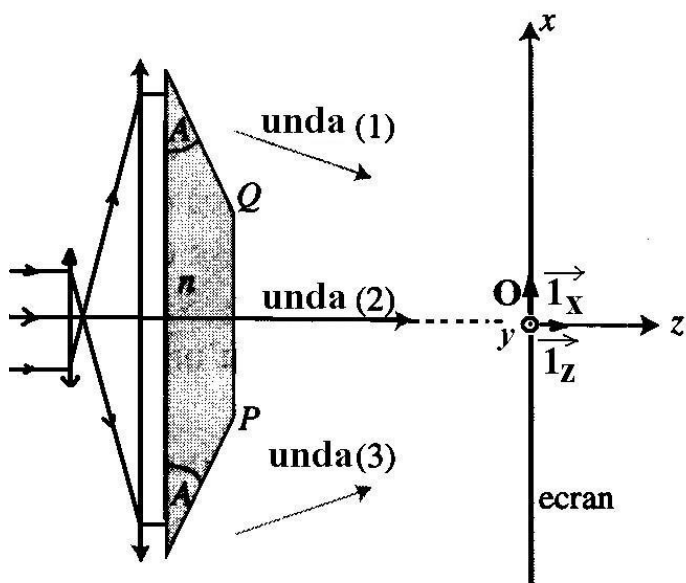


**OLIMPIADA DE FIZICĂ
ETAPA NAȚIONALĂ
30 IANUARIE- 4 FEBRUARIE 2011
ARAD**

BARAJ

Problema Nr. 4: OPTICĂ ONDULATORIE

Prisma optică din figură, cu patru fețe, tăiată din sticlă omogenă cu indicele de refracție $n(>1)$, este iluminată de o undă plană monocromatică, cu lungimea de undă λ , ce provine de la un laser (nerepresentat în figură). Incidența pe baza mare a prisme este normală iar cele două unghiuri refringente A (egale) sunt foarte mici (de ordinul câtorva minute de arc). Grosimea prisme fiind foarte mică (absorbție nulă), se va putea admite că intensitățile undelor emergente (1), (2) și (3), specificate pe desen, sunt egale.

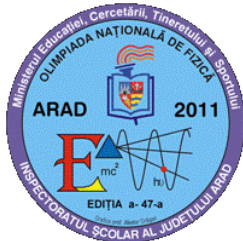


1) Să se exprime cu ajutorul versorilor $\vec{i}_x$ și $\vec{i}_z$, vectorii de undă $\vec{k}_1, \vec{k}_2$ și $\vec{k}_3$ ai celor trei unde care se deplasează spre ecranul de observare dispus transversal (ca în figură) față de axa de simetrie a instalației. Unde trebuie plasat ecranul pentru a vedea pe el numărul maxim posibil de franje de interferență? Se vor utiliza notațiile: $x_Q = -x_P = h/2$, $z_P = z_Q = -d$. Unghiul ascuțit format de fasciculele (1) și (3) cu axa Oz se va nota cu α .

2) Să se determine rapoartele s_1/s_2 și s_3/s_2 dintre amplitudinile complexe ale undelor notate cu indicii respectivi, considerate într-un punct oarecare $M(x, y, z)$, de pe ecran, în „zona de triplă interferență”.

3) Determinați intensitatea luminoasă $I \equiv |s_1 + s_2 + s_3|^2$ într-un punct oarecare M de pe ecran, considerând că distanța d variază între limitele ce corespund zonei de triplă interferență. Discutați dependența $I(x)$ în funcție de parametrul $\gamma \equiv \cos[(1 - \cos \alpha)kd - (kh/2)\sin \alpha]$, în următoarele cazuri $\gamma = -1$; $\gamma = 0$; $\gamma = +1$, trasând graficele dependențelor corespunzătoare.

Precizări: 1) Vectorul de undă $\vec{k}$ al unei unde plane are modulul $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda \equiv k$, este perpendicular pe frontul undei în orice moment iar sensul său este cel al vitezei de propagare. 2) Vă sugerăm să considerați că o undă plană cu faza $\Phi(\vec{r}; t) = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}$ poate fi reprezentată sub forma $\sim e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$, sens fizic având doar **partea reală** a acestei reprezentări complexe.



**OLIMPIADA DE FIZICĂ
ETAPA NAȚIONALĂ
30 IANUARIE- 4 FEBRUARIE 2011
ARAD**

BARAJ

Problema 5 – Gravitație

Stație spațială automată, lovită de un meteorit

Un meteorit, care se apropia de Pământ de-a lungul unei direcții care trecea prin centrul Pământului, a lovit o stație spațială automată, care se rotea în jurul Pământului pe o orbită circulară cu raza R . După impact, meteoritul a rămas încorporat în stația spațială și a obligat-o pe aceasta să evolueze în jurul Pământului, pe o nouă orbită închisă, astfel încât distanța minimă față de centrul Pământului a fost $R/2$.

a) *Să se precizeze* forma orbitei stației spațiale după impactul cu meteoritul și *să se determine*: 1) viteza meteoritului înainte de lovirea stației, 2) vitezele minimă și maximă ale stației, pe noua orbită, după impactul cu meteoritul, precum și 3) distanța maximă a stației față de centrul Pământului pe noua orbită. Se cunosc: M – masa Pământului; K – constanta atracției universale; m_1 - masa meteoritului; m_2 - masa stației spațiale. *Să se stabilească* relația dintre cele două mase, m_1 și m_2 , astfel încât scenariul propus să fie posibil.

b) *Să se determine* viteza minimă pe care ar fi trebuit să o aibă meteoritul în momentul impactului cu stația, astfel încât, după impact, stația spațială să fi evoluat, în raport cu Pământul, pe o orbită deschisă. *Să se precizeze* forma orbitei stației după impact. *Să se determine* distanța minimă a stației față de Pământ după impact, precum și viteza maximă a stației după impactul cu meteoritul.

c) *Să se determine*: 1) unghiul la centru descris de vectorul de poziție al ansamblului stație – meteorit din momentul impactului și până în momentul când, evoluând pe orbita deschisă, ansamblul trece la distanța minimă față de centrul Pământului; 2) durata evoluției ansamblului pe sectorul precizat al orbitei deschise.

