

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Timișoara, 20 aprilie 2017

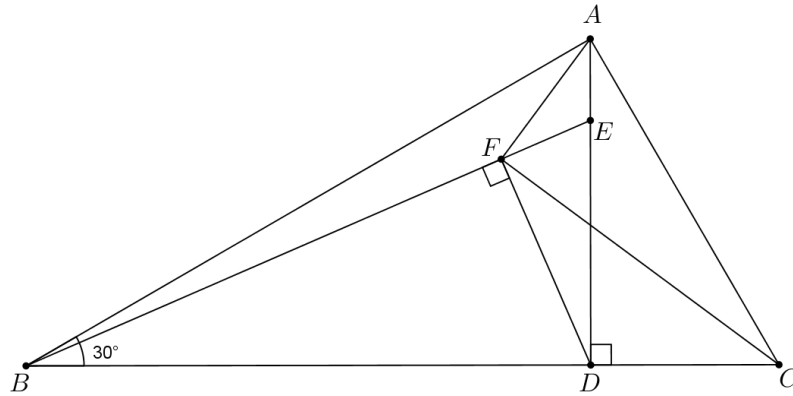
CLASA a 7-a

Problema 1. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \frac{a}{ba} + \frac{b}{ab} \mid a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \right\}$.

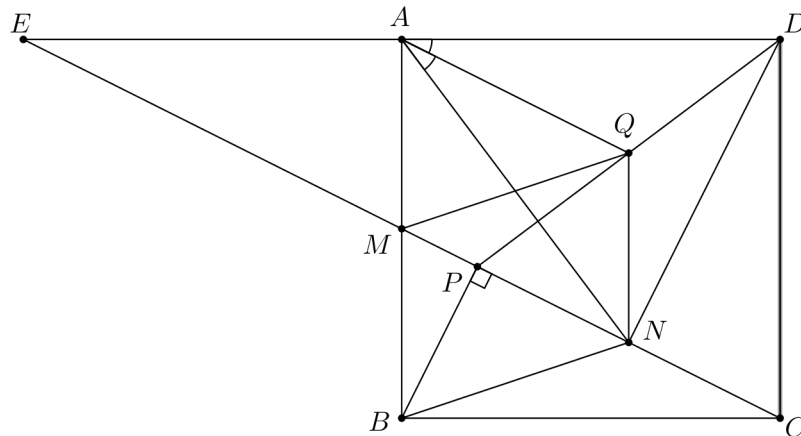
- a) Arătați că mulțimea M nu conține niciun număr natural.
- b) Determinați cel mai mic și cel mai mare element din mulțimea M .

Problema 2. Se consideră triunghiul ABC , în care $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$, iar D este piciorul înălțimii din A . Fie punctul $E \in (AD)$ astfel încât $DE = 3AE$ și F piciorul perpendicularei din D pe dreapta BE .

- a) Arătați că $AF \perp FC$.
- b) Determinați măsura unghiului AFB .



Problema 3. În pătratul $ABCD$ se notează cu M mijlocul laturii $[AB]$, cu P proiecția punctului B pe dreapta CM și cu N mijlocul segmentului $[CP]$. Bisectoarea unghiului DAN intersectează dreapta DP în punctul Q . Arătați că patrulaterul $BMQN$ este paralelogram.



Problema 4. Determinați numerele prime scrise cu $n \geq 3$ cifre care au proprietatea că, pentru fiecare $k \in \{1, 2, \dots, n-2\}$, prin eliminarea oricăror k cifre ale sale se obține un număr prim.