

Gaz - descrierea soluției

Autor: Marius Stroe, student al Univ. Babeș Bolyai, Cluj Napoca

Soluțiile se bazează pe obținerea unor stări în funcție de zile, cantitatea totală de gaz ce trebuie livrată etc și calcularea lor folosind recurențe.

Soluția 1

Complexitate de timp: $O(N * (\sum G_i)^2)$

Memorie: $O(\sum G_i)$

Punctaj: 60 puncte

O primă soluție are starea formată din indicele zilei și cantitatea de gaz în surplus față de cantitatea de gaz ce trebuie livrată în această zi. Astfel, definim $bst[i, j]$ ca fiind costul minim pentru a ne găsi în ziua i și să avem j litri în surplus. Recurența ce calculează această valoare este:

$$bst[i, j] = \min \{ bst[i-1][j + G[i-1]] + \max(0, j - L) * C, \\ \min \{ bst[i-1][k] + \max(0, k - G[i-1] - L) * C + P : G[i-1] \leq k < j \\ + G[i-1] \} \}$$

Rezultatul este: $bst[n][0] + \sum G_i * D$.

Recurența are grijă de costul suplimentar pentru depozitarea gazului peste noapte. Observăm că nu are rost să comandăm mai mulți litri decât cei care trebuie livrați în mod necesar. Astfel, când vom face o comandă, în cadrul recurenței de mai sus, va fi nevoie doar de costul P al taxei, deoarece vom aduna la rezultatul final $\sum G_i * D$. Pentru obținerea acestui punctaj va fi nevoie să fie reținute doar ultime două linii ale matricii.

Soluția 2

Complexitate de timp: $O(N * \sum G_i)$

Memorie: $O(\sum G_i)$

Punctaj: 80 puncte

Soluția anterioară poate fi îmbunătățită ținând o altă matrice de minime parțiale, $r[i, j] = \min(bst[i, j], r[i, j-1])$. Recurența anterioară se modifică astfel:

$$bst[i, j] = \min \{ bst[i-1][j + G[i-1]] + \max(0, j - L) * C, \\ r[i-1][j + G[i-1] - 1] + P \};$$

Rezultatul este același ca al soluției anterioare: $bst[n][0] + \sum G_i * D$.

Soluția 3

Complexitate de timp: $O(N^3)$

Memorie: $O(N^2)$

Punctaj: 90 puncte

Observăm că nu are rost să facem o altă comandă atâta timp cât mai avem litri rămași dintr-o altă comandă. Starea ce se conturează calculează costul pentru a satisface cererile clienților pentru zilele $i, i+1, \dots, j$. Calculăm $bst[i, j]$ ca fiind acest cost. Recurența fie comandă gaz în ziua i pentru restul zilelor, fie împarte intervalul în două: în $i, i+1, \dots, k$ și $k+1, \dots, j$. Astfel, recurența este:

$$bst[i, j] = \min \{ P + \text{costul pentru depozitarea gazului în aceste zile}, \\ \min \{ bst[i][k] + bst[k+1][j] : i \leq k < j \} \}$$

Răspunsul este: $bst[1, n]$.

Soluția 4**Complexitate de timp:** $O(N^2)$ **Memorie:** $O(N)$ **Punctaj:** 100 puncte

Ultima soluție îmbunătățește soluția anterioară, observând că putem calcula costul pentru a satisface cererile pentru zilelele $1, 2, \dots, i$. Fie $bst[i]$ acest cost. Recurența se bazează pe ideea de a comanda gazul într-o zi anterioară zilei i . Astfel, avem:

$$bst[i] = \min \{ bst[j] + \text{costul pentru a depozita gazul în zilele } j+1 \dots i : 0 \leq j < i \}$$

Răspunsul este: $bst[n]$.