



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
MATEMATICE DIN ROMÂNIA



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Națională, 2024

CLASA a VI-a – subiecte

Problema 1. Numerele naturale $1, 2, 3, \dots, 2024$ sunt scrise pe 2024 cartonașe identice, așezate pe o masă cu fața scrisă în jos. Spunem că un cartonaș este *câștigător* dacă numărul scris pe el este divizibil cu 13 sau 100. Care este cel mai mic număr de cartonașe pe care trebuie să le întoarcem, fără a le privi, pentru a fi siguri că am întors un cartonaș câștigător?

Problema 2. Se consideră mulțimea $A_n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}, n \in \mathbb{N}^*$. Pentru o pereche (a, b) , unde $a, b \in A_n$, se formează numărul $m = \overline{ab}$ obținut prin alipirea (concatenarea) celor două numere a și b . De exemplu, pentru numerele $19, 37 \in A_{30}$, prin alipire se obține numărul $m = 1937$.

- Care este cel mai mic număr $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care există m pătrat perfect?
- Determinați cel mai mare pătrat perfect m care se poate obține pentru $n = 50$.

Problema 3. Fie ABC un triunghi cu unghiul $\angle BAC = 30^\circ$ și $\angle ABC = 100^\circ$. Fie m mediatoarea segmentului AC , E intersecția dreptei m cu AB și D punctul de pe m , situat în interiorul triunghiului ABC , pentru care $\angle CAD = 10^\circ$. Fie M intersecția dreptelor AD și CE .

- Arătați că CE este bisectoarea unghiului $\angle BCD$.
- Arătați că $AM = AB$.

Problema 4. a) Arătați că fiecare dintre numerele 137, 138 și 139 are numărul divizorilor naturali o putere a lui 2.

b) Care este numărul maxim de numere naturale consecutive cu proprietatea că fiecare dintre ele are numărul divizorilor naturali o putere a lui 2?