



## Soluție problema 1 – Avârcolaci

stud. Andrei Pârvu, Universitatea "Politehnică" București

### 10 puncte

Pentru  $N$  egal cu 1, adică 2 săteni, tot ce trebuie să facem este să verificăm dacă vârcolacii cu care sunt înrudiți cei doi sunt egali. Dacă da, atunci vârcolacul bântuie satul, altfel nu.

### 20 puncte

Pentru fiecare vârcolac cu care este rudă vreun sătean, putem simula prin backtracking împărțirea celor  $2 \cdot N$  săteni în două grupuri de câte  $N$ , și să vedem dacă există vreo împărțire în care vârcolacul nu este prezent într-unul din cele două grupuri. Dacă există, atunci vârcolacul respectiv sigur nu bântuie satul. Complexitate  $O(N^2 \cdot 2^N)$ .

### 40 puncte

Observăm că, dacă există un vârcolac care bântuie satul, atunci acesta trebuie să apară de cel puțin  $N+1$  ori în șirul de  $2 \cdot N$  vârcolaci cu care sunt rude sătenii. Putem lua fiecare vârcolac și să vedem de câte ori apare în șir. Dacă există vreunul care apare de cel puțin  $N+1$  ori, atunci acesta bântuie satul. Complexitate  $O(N^2)$ .

### 80 puncte

Putem sorta șirul de  $2 \cdot N$  vârcolaci și observăm că dacă există un vârcolac care bântuie satul acesta trebuie să se afle pe poziția  $N$  în șirul sortat. După acesta trebuie doar verificat dacă apare de cel puțin  $N+1$  ori. Complexitate  $O(N \log N)$  sau  $O(N)$ , dacă folosim statistici de ordine pentru aflarea celui de-al  $N$ -lea element în șirul sortat.

### 100 puncte

Datorită limitei de memorie, nu putem ține tot șirul de  $2 \cdot N$  vârcolaci în memorie. Putem parcurge șirul pe măsura ce îl citim și să reținem un contor cu elementul probabil de a fi majoritar. Dacă citim un element care este diferit de cel probabil, decrementăm contorul, iar dacă citim un element egal cu cel probabil, îl incrementăm. Când contorul ajunge la 0, atunci înlocuim elementul probabil cu cel curent.

La final, trebuie să mai parcurgem o dată șirul ca să verificăm dacă elementul probabil chiar apare de cel puțin  $N+1$  ori. Deoarece nu am reținut șirul în memorie, trebuie să închidem fișierul de intrare, să îl deschidem din nou pentru citire și să citim din nou șirul. Complexitate temporală  $O(N)$ , complexitate spațială  $O(1)$ .